

# 1

## గణితంలో నమూనాలు



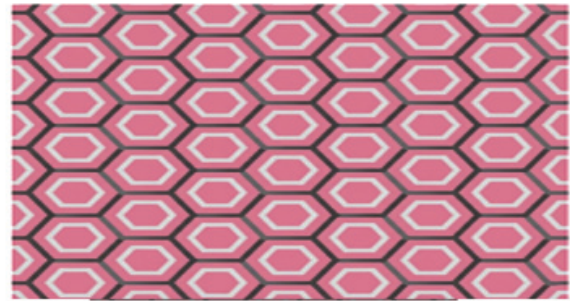
### అభ్యాసన ఫలితాలు:

#### అభ్యాసకులు

- సంఖ్యలు మరియు ఆకారాలలో నమూనాలను గుర్తించడం, వివరించడం మరియు సామాన్యీకరించడం చేస్తారు. (CG-1)
- నమూనాలను బీజగణితీయంగా సూచించడం మరియు వాటిని ఉపయోగించి అంచనాలు వేయడం చేస్తారు. (CG-8)
- నిజ జీవిత సందర్భాలలో గణిత సంబంధాలను అన్వేషించడానికి, తార్కిక ఆలోచనను వర్తింపజేయడం చేస్తారు. (CG-10)
- నమూనాల ద్వారా గణితం యొక్క అందాన్ని మరియు నిర్మాణాన్ని అభినందించడం చేస్తారు. (CG-9)

### 1.0 పరిచయం

“మీరు ఎప్పుడైనా తేనెపట్టును, పువ్వు రేకులను లేదా మీ దుస్తులపై ఉన్న డిజైన్‌ను చూశారా?”



“వాటన్నింటిలోనూ ఉమ్మడిగా ఉన్నది ఏమిటో మీకు తెలుసా?”

“వాటన్నిటికీ నమూనాలు ఉంటాయి — అంటే క్రమ పద్ధతిలో పునరావృతమయ్యే లేదా పెరిగే అమరికలు. పగలు తర్వాత రాత్రి, మరియు ఒకదాని తర్వాత మరొకటి రుతువులు ఎలా వస్తాయో, అలాగే గణితంలోని సంఖ్యలు మరియు ఆకారాలు కూడా అందమైన నమూనాలను అనుసరిస్తాయి. ఇప్పుడు, మనం డిటెక్టివ్ల మాదిరి, వీటి వెనుక దాగి ఉన్న నియమాలను బయటపెడతాము!”

## 1.1 నమూనా అంటే ఏమిటి?

నమూనా అనేది ఊహించదగిన విధంగా పునరావృతమయ్యే ఒక అమరిక లేదా క్రమం. నమూనాలను సంఖ్యలు, ఆకారాలు, రంగులు, శబ్దాలు లేదా డిజైన్లలో చూడవచ్చు. అవి క్రమాన్ని గుర్తించడంలో, అంచనాలను రూపొందించడంలో మరియు గణితం మరియు ప్రకృతిలో సంబంధాలను అర్థం చేసుకోవడంలో మనకు సహాయపడతాయి.

నమూనాల యొక్క కొన్ని ఉదాహరణలను చూద్దాం.

### 1. సంఖ్య నమూనాలు

- ఉదాహరణ 1 : 2, 4, 6, 8, 10, ...

★ ప్రతి సంఖ్య 2 పెరుగుతుంది (ఒక అంకగణిత నమూనా).

- ఉదాహరణ 2 : 1, 2, 4, 8, 16, ...

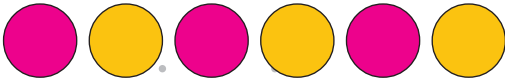
★ ప్రతి సంఖ్యను 2తో గుణించాలి (ఒక అనుపాత అమరికలు నమూనా).

### 2. ఆకార నమూనాలు

- వృత్తం, చతురస్రం, వృత్తం, చతురస్రం, వృత్తం, చతురస్రం, ...

★ ఆకారాలు సాధారణ ప్రత్యామ్నాయ నమూనాలో పునరావృతమవుతాయి.

### 3. రంగుల నమూనాలు



- పింక్ మరియు పసుపు రంగులు ప్రత్యామ్నాయంగా పునరావృతమవుతాయి.

### 4. ప్రకృతిలో నమూనాలు

- పొద్దుతిరుగుడు పువ్వులో రేకుల అమరిక మరియు శంఖువు యొక్క సర్పిలాకృతి - రెండూ ఫిబోనాకి శ్రేణి వంటి సహజ నమూనాలను అనుసరిస్తాయి.

ఒక నమూనా అనేది ఒక క్రమ పద్ధతిలో పునరావృతమయ్యేది మరియు తరువాత ఏమి వస్తుందో అంచనా వేయడానికి సహాయపడేది.

## 1.2 గణితం అంటే ఏమిటి?

గణితం అంటే, ఎక్కువగా, నమూనాల కోసం అన్వేషణ మరియు ఆ నమూనాలు ఎందుకు ఉన్నాయో వివరించడం.

ఇటువంటి నమూనాలు మన చుట్టూ ఉన్నాయి - ప్రకృతిలో, మన ఇళ్లలో, పాఠశాలల్లో మరియు సూర్యుడు, చంద్రుడు మరియు నక్షత్రాల కదలికలో, షాపింగ్ మరియు వంట, బంతి వినరడం మరియు ఆటలు ఆడటం, వాతావరణ నమూనాలను అర్థం చేసుకోవడం మరియు సాంకేతికతను ఉపయోగించడం వరకు మనం చేసే మరియు చూసే ప్రతిదానిలో అవి కనిపిస్తాయి.

నమూనాలు మరియు వాటి వివరణల కోసం అన్వేషణ ఒక ఆహ్లాదకరమైన మరియు సృజనాత్మక ప్రయత్నం కావచ్చు. ఈ కారణంగానే గణిత శాస్త్రవేత్తలు గణితాన్ని ఒక కళగా మరియు శాస్త్రంగా భావిస్తారు. ఈ అధ్యాయంలో, గణిత నమూనాలను కనుగొనడంలో మరియు అర్థం చేసుకోవడంలో ఉన్న సృజనాత్మకత మరియు కళాత్మకతను చూసే అవకాశం మీకు లభిస్తుందని మేము ఆశిస్తున్నాము.

గణితశాస్త్రం కేవలం ఏ నమూనాలు ఉన్నాయో కనుగొనడమే కాకుండా, అవి ఎందుకు ఉన్నాయో వివరణలను కూడా తెలపడమే లక్ష్యంగా పెట్టుకుందని గుర్తుంచుకోవడం ముఖ్యం. ఇటువంటి వివరణలను, అవి కనుగొనబడిన సందర్భానికి అతీతంగా ఇతర అనువర్తనాల్లోనూ వినియోగించవచ్చు; తద్వారా మానవళి పురోగతికి అవి ఎంతగానో దోహదపడతాయి.

ఉదాహరణకు, నక్షత్రాలు, గ్రహాలు మరియు వాటి ఉపగ్రహాల కదలికలోని నమూనాలను అర్థం చేసుకోవడం మానవజాతి గురుత్వాకర్షణ సిద్ధాంతాన్ని అభివృద్ధి చేయడానికి దారితీసింది, ఇది మన స్వంత ఉపగ్రహాలను ప్రయోగించడానికి, చంద్రునికి మరియు అంగారక గ్రహానికి రాకెట్లను పంపడానికి వీలు కల్పించింది; అదేవిధంగా, జన్యువులలోని నమూనాలను అర్థం చేసుకోవడం వ్యాధులను నిర్ధారించడంలో మరియు నయం చేయడంలో సహాయపడింది.



### ఆలోచించండి-చేయండి - 1.1

1. మన దైనందిన జీవితంలో గణితం మనకు సహాయపడే ఇతర ఉదాహరణలను మీరు ఆలోచించగలరా?
2. మానవాళిని ముందుకు నడిపించడంలో గణితం ఎలా సహాయపడింది? (ఉదాహరణకు శాస్త్రీయ ప్రయోగాలు చేయడం; మన ఆర్థిక వ్యవస్థ మరియు ప్రజాస్వామ్యాన్ని నడపడం; వంతెనలు, ఇళ్ళు లేదా ఇతర సంక్లిష్ట నిర్మాణాలను నిర్మించడం; టీవీలు, మొబైల్ ఫోన్లు, కంప్యూటర్లు, సైకిళ్ళు, రైళ్లు, కార్లు, విమానాలు, క్యాలెండర్లు, గడియారాలు మొదలైనవి తయారు చేయడం)

### గణిత చర్చ



### 1.3 సంఖ్యలలో నమూనాలు

గణితంలో సంభవించే అత్యంత ప్రాథమిక నమూనాలలో సంఖ్యల నమూనాలు, ముఖ్యంగా లెక్కింపు సంఖ్యల నమూనాలు (సహజ సంఖ్యలు), పూర్ణాంకాలు:

1, 2, 3, 4, 5, ...

0, 1, 2, 3, 4, ...

పూర్ణాంకాలలో నమూనాలను అధ్యయనం చేసే గణిత శాస్త్ర విభాగాన్ని సంఖ్యా వాదము అంటారు.

గణిత శాస్త్రజ్ఞులు అధ్యయనం చేసే నమూనాలలో సంఖ్యా శ్రేణులు అత్యంత ప్రాథమికమైనవి మరియు అత్యంత ఆకర్షణీయమైన రకాల్లో ఒకటి. గణితంలో అధ్యయనం చేయబడిన కొన్ని కీలక సంఖ్యా శ్రేణులను పట్టిక 1 చూపిస్తుంది.

#### పట్టిక 1: సంఖ్యా శ్రేణుల ఉదాహరణలు

1, 1, 1, 1, 1, 1, ...	(అన్నీ 1' లు)
1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, ...	(లెక్కింపు సంఖ్యలు)
1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, ...	(బేసి సంఖ్యలు)
2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, ...	(సరి సంఖ్యలు)
1, 3, 6, 10, 15, 21, 28, ...	(త్రిభుజాకార సంఖ్యలు)
1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, ...	(చతురస్ర సంఖ్యలు / వర్గ సంఖ్యలు)
1, 8, 27, 64, 125, 216, ...	(ఘన సంఖ్యలు)
1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, ...	(విరాహంకా*/ఫిబొనాకి సంఖ్యలు)
1, 2, 4, 8, 16, 32, 64, ...	(2 యొక్క ఘాతాలు)
1, 3, 9, 27, 81, 243, 729, ...	(3 యొక్క ఘాతాలు)

❖ పింగళ (క్రీ.శ. 2వ శతాబ్దం) యొక్క చంద్ర శాస్త్రం ఆధారంగా విరాహంక (క్రీ.పూ. 6వ శతాబ్దం), హేమచంద్ర (క్రీ.పూ. 1150) - లఘు, గురు అనే అక్షరాల నమూనాలను కనుగొనడంలో పనిచేశారు, ఇప్పుడు ఫిబొనాకి (క్రీ.పూ. 1228) శ్రేణిగా పరిగణించబడుతున్న సంఖ్యల శ్రేణిని అభివృద్ధి చేశారు. ఈ క్రమం 1తో ప్రారంభమవుతుంది



మరియు ప్రతి తదుపరి సంఖ్య మునుపటి రెండు సంఖ్యల ( $V_n = V_{n-1} + V_{n-2}$ ) మొత్తంగా ఉంటుంది, దీని ఫలితంగా 1, 2, 3, 5, 8, 13, మొదలైన శ్రేణి వస్తుంది.



## ఆలోచించండి-చేయండి - 1.2

1. పట్టిక 1 లోని ప్రతి శ్రేణిలోని నమూనాను మీరు గుర్తించగలరా?
2. పట్టిక 1 లోని ప్రతి శ్రేణిలోని తదుపరి మూడు సంఖ్యలతో పాటు ప్రతి శ్రేణిని మీ నోట్‌బుక్‌లో తిరిగి రాయండి. ప్రతి శ్రేణి తర్వాత, మీ స్వంత మాటలలో, క్రమంలో సంఖ్యలను రూపొందించడానికి నియమాన్ని రాయండి.

### గణిత చర్చ



## 1.4 సంఖ్యా శ్రేణులను దృశ్యీకరించడం

చిత్రాలను ఉపయోగించి అనేక సంఖ్యా శ్రేణులను దృశ్యీకరణం చేయవచ్చు. గణిత నమూనాలను మరియు భాషలను అర్థం చేసుకోవడానికి చిత్రాలు లేదా రేఖాచిత్రాల ద్వారా గణిత వస్తువులను దృశ్యమానం చేయడం చాలా ఫలవంతమైన మార్గం. కింది చిత్రాలను ఉపయోగించి పట్టిక 1 లోని మొదటి ఏడు శ్రేణులను సూచిద్దాం.

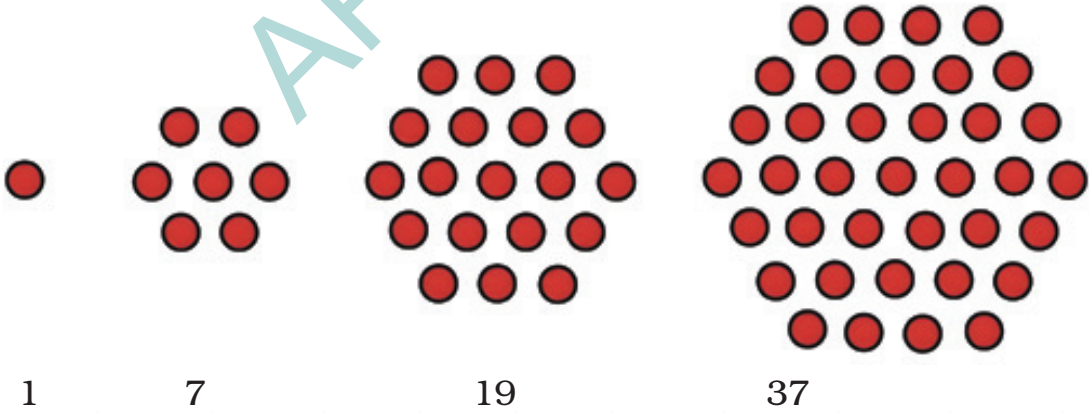
### పట్టిక 2: కొన్ని సంఖ్యా శ్రేణుల చిత్ర ప్రాతినిధ్యం

1	1	1	1	1	అన్నీ 1' లు
1	2	3	4	5	లెక్కింపు సంఖ్యలు
1	3	5	7	9	బేసి సంఖ్యలు
2	4	6	8	10	సరి సంఖ్యలు
1	3	6	10	15	త్రిభుజాకార సంఖ్యలు
1	4	9	16	25	వర్గ సంఖ్యలు లేదా చతురస్ర సంఖ్యలు
1	8	27	64	125	ఘన సంఖ్యలు



### ఆలోచించండి-చేయండి - 1.3

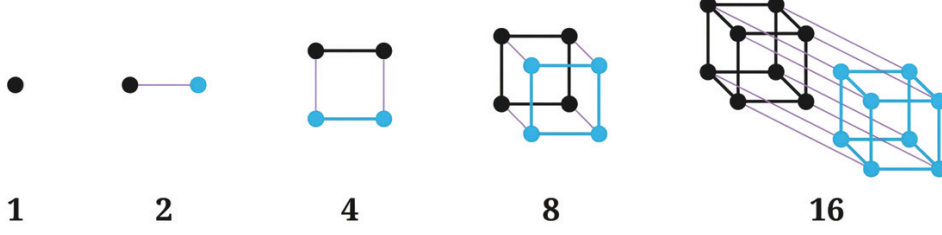
1. పట్టిక 2 లోని సంఖ్య శ్రేణుల చిత్ర ప్రాతినిధ్యాలను మీ నోట్బుక్లో కాపీ చేసి, ప్రతి శ్రేణికి తదుపరి చిత్రాన్ని గీయండి.
2. 1, 3, 6, 10, 15, ... లను త్రిభుజాకార సంఖ్యలు అని ఎందుకు పిలుస్తారు? 1, 4, 9, 16, 25, ... లను చతురస్ర సంఖ్యలు లేదా వర్గ సంఖ్యలు అని ఎందుకు పిలుస్తారు? 1, 8, 27, 64, 125, ... లను ఘనాలు అని ఎందుకు పిలుస్తారు?
3. 36 అనేది త్రిభుజాకార సంఖ్య మరియు చతురస్ర/వర్గ సంఖ్య రెండూ అని మీరు గమనించారా? అంటే, త్రిభుజాకారంలో మరియు చతురస్రాకారంలో 36 చుక్కలను సంపూర్ణంగా అమర్చవచ్చు. దీన్ని వివరిస్తూ మీ నోట్బుక్లో చిత్రాలను తయారు చేయండి. ఇది ఒకే సంఖ్యను విభిన్నంగా సూచించవచ్చని మరియు సందర్భాన్ని బట్టి విభిన్న పాత్రలను పోషించవచ్చని చూపిస్తుంది. కొన్ని ఇతర సంఖ్యలను వివిధ మార్గాల్లో చిత్రపరంగా సూచించడానికి ప్రయత్నించండి.
4. కింది సంఖ్యల క్రమాన్ని మీరు ఏమని పిలుస్తారు?



నిజమే, వాటిని షడ్భుజ సంఖ్యలు అంటారు! వీటిని మీ నోట్బుక్లో గీయండి. క్రమంలో తదుపరి సంఖ్య ఏమిటి?

5. 2 యొక్క ఘాతాల, 3 యొక్క ఘాతాల క్రమాన్ని దృశ్యమానం చేయడానికి మీరు చిత్రాలతో కూడిన పద్ధతి గురించి ఆలోచించగలరా?

2 యొక్క ఘాతాల గురించి ఆలోచించడానికి ఇక్కడ ఒక పద్ధతి ఉంది :



## 1.5 సంఖ్య శ్రేణుల మధ్య సంబంధాలు

కొన్నిసార్లు, సంఖ్య శ్రేణులు ఒకదానికొకటి ఆశ్చర్యకరమైన పద్ధతుల్లో సంబంధం కలిగి ఉండవచ్చు.

ఉదాహరణ : మనం బేసి సంఖ్యలను కలపడం ప్రారంభించినప్పుడు ఏమి జరుగుతుంది?

$$1 = 1 = 1^2$$

$$1 + 3 = 4 = 2^2$$

$$1 + 3 + 5 = 9 = 3^2$$

$$1 + 3 + 5 + 7 = 16 = 4^2$$

$$1 + 3 + 5 + 7 + 9 = 25 = 5^2$$

$$1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 = 36 = 6^2 \dots$$

(మనం  $a \times a$  ని  $a^2$  గా వ్రాస్తాము మరియు చతురస్ర సంఖ్యగా చదువుతాము.)

ఇది నిజంగా అందమైన నమూనా!

❖ ఇది ఎందుకు జరుగుతుంది? ఇది ఎప్పటికీ జరుగుతుందని మీరు అనుకుంటున్నారా?

సమాధానం ఏమిటంటే నమూనా ఎప్పటికీ జరుగుతుంది. కానీ ఎందుకు? ముందు చెప్పినట్లుగా, నమూనా

ఎందుకు జరుగుతుందో నమూనా వలె ముఖ్యమైనది మరియు ఉత్తేజకరమైనది.

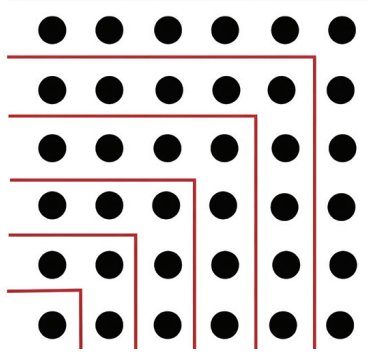
ఒక చిత్రం దానిని వివరించగలదు

చిత్రంతో దృశ్యీకరించడం దృగ్విషయాన్ని వివరించడంలో సహాయపడుతుంది. చతురస్రపు గ్రిడ్లోని చుక్కల

సంఖ్యను లెక్కించడం ద్వారా చతురస్రపు సంఖ్యలు తయారు చేయబడతాయని గుర్తుంచుకోండి.

❖ చతురస్రపు గ్రిడ్ లోని చుక్కలను బేసి సంఖ్యల చుక్కలుగా ఎలా విభజించవచ్చు:  
1, 3, 5, 7, ...?

తదుపరి చదవడానికి ముందు ఒక్క క్షణం దాని గురించి ఆలోచించండి:  
దీన్ని ఎలా చేయవచ్చో క్రింద ఇవ్వబడింది.



దానిని ఈ చిత్రం స్పష్టం చేస్తుంది.

$$1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 = 36 = 6 \times 6$$

ఏ పరిమాణంలోనైనా చతురస్రానికి అలాంటి చిత్రాన్ని తయారు చేయవచ్చు కాబట్టి, బేసి సంఖ్యలను కలిపితే చతురస్రపు సంఖ్యలు ఎందుకు వస్తాయో ఇది వివరిస్తుంది.

- ❖ ఇలాంటి చిత్రాన్ని గీయడం ద్వారా, మొదటి 10 బేసి సంఖ్యల మొత్తం ఎంతో చెప్పగలరా?
- ❖ ఇప్పుడు ఇలాంటి చిత్రాన్ని ఊహించుకోవడం ద్వారా లేదా అవసరమైన విధంగా పాక్షికంగా గీయడం ద్వారా, మొదటి 100 బేసి సంఖ్యల మొత్తం ఎంతో చెప్పగలరా?

శ్రేణీల మధ్య అటువంటి సంబంధానికి మరొక ఉదాహరణ :

అటు, ఇటు కలపడం ద్వారా

క్రింది నమూనాను చూద్దాం :

$$1 = 1 = 1 \times 1 = 1^2$$

$$1 + 2 + 1 = 4 = 2 \times 2 = 2^2$$

$$1 + 2 + 3 + 2 + 1 = 9 = 3 \times 3 = 3^2$$

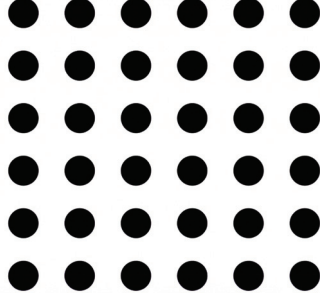
$$1 + 2 + 3 + 4 + 3 + 2 + 1 = 16 = 4 \times 4 = 4^2$$

$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 25 = 5 \times 5 = 5^2$$

$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 36 = 6 \times 6 = 6^2$$

లెక్కింపు సంఖ్యలను అటు, ఇటు కలపడం ద్వారా - ఇది వర్గ సంఖ్యలను(చతురస్ర సంఖ్యలు) పొందడానికి మరొక మార్గాన్ని ఇస్తున్నట్లు కనిపిస్తోంది.

❁ మీరు ఇలాంటి చిత్ర వివరణను కనుగొనగలరా?



### ఆలోచించండి-చేయండి - 1.4

1. లెక్కింపు సంఖ్యలను అటు, ఇటు కలపడం ద్వారా చతురస్ర సంఖ్యలు ఎందుకు వస్తాయో, అంటే  $1, 1 + 2 + 1, 1 + 2 + 3 + 2 + 1, \dots$  వంటి వాటికి మీరు ఇలాంటి చిత్ర వివరణను కనుగొనగలరా?



2. చిత్రం యొక్క తదుపరి భాగాన్ని ఊహించుకోవడం ద్వారా లేదా అవసరమైన విధంగా పాక్షికంగా గీయడం ద్వారా,  $1 + 2 + 3 + \dots + 99 + 100 + 99 + \dots + 3 + 2 + 1$  విలువ ఎంత ఉంటుందో మీరు ఊహించగలరా?

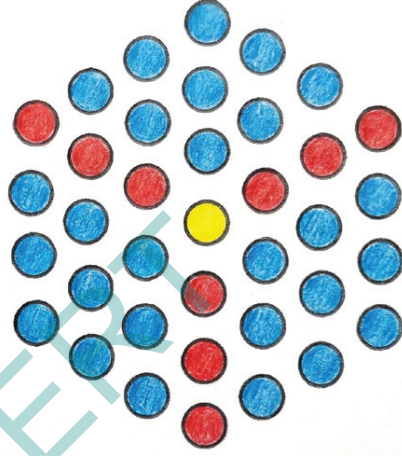
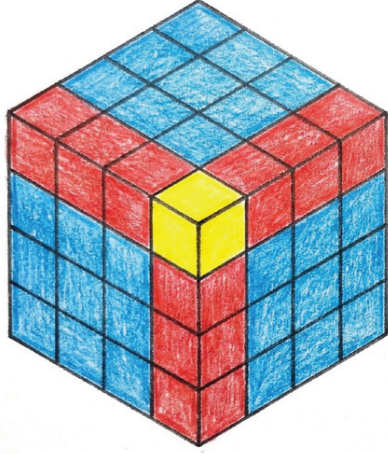
3. మీరు అన్ని 1ల శ్రేణిని ముందుకు కలపడం ప్రారంభించినప్పుడు మీకు ఏ క్రమం వస్తుంది? మీరు అన్ని 1ల శ్రేణిని ముందుకు, వెనుకకు కలపడం వల్ల మీకు ఏ క్రమం వస్తుంది?

4. మీరు లెక్కింపు సంఖ్యలను ముందుకు కలపడం ప్రారంభించినప్పుడు మీకు ఏ క్రమం వస్తుంది? మీరు చిన్న చిత్ర వివరణ ఇవ్వగలరా?

5. మీరు వరుస త్రిభుజాకార సంఖ్యల జతలను కలిపినప్పుడు ఏమి జరుగుతుంది? అంటే,  $1 + 3, 3 + 6, 6 + 10, 10 + 15$  తీసుకుంటే, ... మీకు ఏ క్రమం వస్తుంది? ఎందుకు? మీరు దానిని చిత్రంతో వివరించగలరా?

6. మీరు 1 తో ప్రారంభమవుతూ 2 యొక్క ఘాతాలను కలపడం ప్రారంభించినప్పుడు ఏమి జరుగుతుంది, అంటే,  $1, 1 + 2, 1 + 2 + 4, 1 + 2 + 4 + 8, \dots$ ? ఇప్పుడు ఈ సంఖ్యలలో ప్రతిదానికి 1 కలపండి - మీకు ఏ సంఖ్యలు వస్తాయి? ఇది ఎందుకు జరుగుతుంది?

7. మీరు త్రిభుజాకార సంఖ్యలను 6 తో గుణించి 1 ని కలిపినప్పుడు ఏమి జరుగుతుంది? మీకు ఏ క్రమం వస్తుంది? మీరు దానిని చిత్రంతో వివరించగలరా?
8. మీరు షడ్భుజ సంఖ్యలను కలపడం ప్రారంభించినప్పుడు ఏమి జరుగుతుంది, అంటే,  $1, 1 + 7, 1 + 7 + 19, 1 + 7 + 19 + 37, \dots$  ? మీకు ఏ క్రమం వస్తుంది? మీరు ఒక ఘనాకార చిత్రాన్ని ఉపయోగించి దానిని వివరించగలరా?



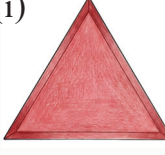

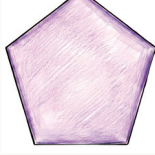
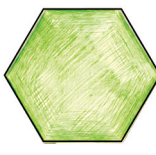

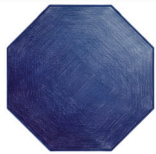
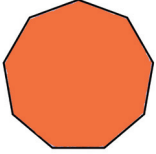


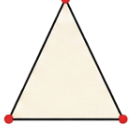
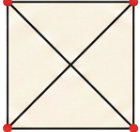
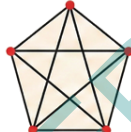
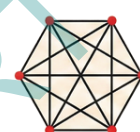
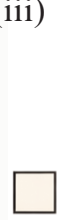

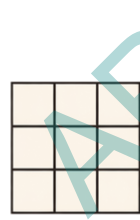
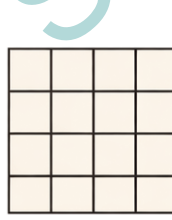
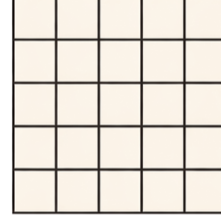



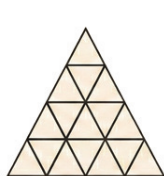
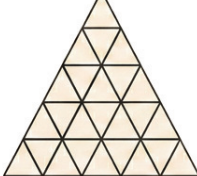
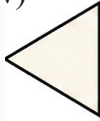
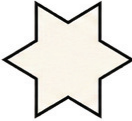
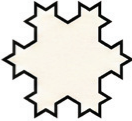
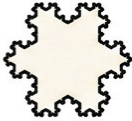
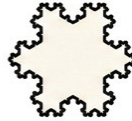
9. పట్టిక 1 లోని శ్రేణులలో మరియు వాటి మధ్య మీ స్వంత నమూనాలు లేదా సంబంధాలను కనుగొనండి. అవి ఎందుకు జరుగుతాయో చిత్రంతో లేదా మరొక విధంగా వివరించగలరా?

## 1.6 ఆకారాలలో నమూనాలు

గణితంలో సంభవించే ఇతర ముఖ్యమైన మరియు ప్రాథమిక నమూనాలు ఆకారాల నమూనాలు. ఈ ఆకారాలు ఒకటి, రెండు లేదా మూడు కొలతలతో (1D, 2D, లేదా 3D) - లేదా అంతకంటే ఎక్కువ కొలతలతో ఉండవచ్చు. ఆకారాలలో నమూనాలను అధ్యయనం చేసే గణిత శాస్త్ర విభాగాన్ని జ్యామితి లేదా రేఖాగణితం అంటారు.

ఆకార శ్రేణులు అనేవి గణిత శాస్త్రజ్ఞుడు అధ్యయనం చేసే ఒక ముఖ్యమైన ఆకార నమూనా. పట్టిక 3 గణితంలో అధ్యయనం చేయబడిన కొన్ని కీలక ఆకార శ్రేణులను చూపిస్తుంది.

పట్టిక 3: ఆకార శ్రేణులకు ఉదాహరణ

<p>(i)</p>  <p>త్రిభుజము</p>  <p>చతుర్భుజము</p>  <p>పంచభుజి</p>  <p>షడ్భుజి</p>  <p>సప్తభుజి</p>  <p>అష్టభుజి</p>  <p>నవభుజి</p>  <p>దశభుజి</p>	<p>క్రమ బహుభుజులు</p>
<p>(ii)</p>  <p>K2</p>  <p>K3</p>  <p>K4</p>  <p>K5</p>  <p>K6</p>	<p>పూర్తి గ్రాఫ్లు</p>
<p>(iii)</p>     	<p>పేర్చబడిన చతురస్రాలు</p>
<p>(iv)</p>     	<p>పేర్చబడిన త్రిభుజాలు</p>
<p>(v)</p>     	<p>కోచ్ స్నోఫ్లైక్</p>



## ఆలోచించండి-చేయండి - 1.5

1. పట్టిక 3 లోని ప్రతి వరుసలోని నమూనాను మీరు గుర్తించగలరా?
2. మీ నోట్బుక్లో పట్టిక 3 లోని ప్రతి శ్రేణిని తిరిగి గీయడానికి ప్రయత్నించండి. ప్రతి శ్రేణిలో మీరు తదుపరి ఆకారాన్ని గీయగలరా? ఎందుకు లేదా ఎందుకు కాదు? ప్రతి క్రమం తర్వాత, క్రమంలో ఆకారాలను రూపొందించడానికి నియమం లేదా నమూనా ఏమిటో మీ స్వంత మాటలలో వివరించండి.

### గణిత చర్చ



## 1.7 సంఖ్యా శ్రేణులకు సంబంధం

సాధారణంగా, ఆకార శ్రేణులు సంఖ్యా శ్రేణులతో ఆశ్చర్యకరమైన మార్గాల్లో సంబంధం కలిగి ఉంటాయి. ఆకార శ్రేణి మరియు సంబంధిత సంఖ్యా శ్రేణి రెండింటినీ అధ్యయనం చేయడంలో మరియు అర్థం చేసుకోవడంలో ఇటువంటి సంబంధాలు సహాయపడతాయి.

**ఉదాహరణ :** క్రమ బహుభుజాల (పట్టిక 3(i) నుండి) ఆకార శ్రేణిలోని భుజాల సంఖ్యను 3 నుండి ప్రారంభమయ్యే లెక్కింపు సంఖ్యల ద్వారా ఇవ్వబడుతుంది, అంటే, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, .... అందుకే ఈ ఆకారాలను వరుసగా, క్రమ త్రిభుజం, చతుర్భుజం (అనగా, చతురస్రం), పంచభుజి, షడ్భుజి, సప్తభుజి, అష్టభుజి, నవభుజి, దశభుజి మొదలైనవి అంటారు.

'క్రమబహుభుజి' అంటే ఈ ఆకారాలు సమాన-పొడవు భుజాలను మరియు సమాన 'కోణాలను' కలిగి ఉన్నాయనే వాస్తవాన్ని సూచిస్తుంది (అనగా, భుజాలు ఒకేలా కనిపిస్తాయి మరియు మూలలు కూడా ఒకేలా కనిపిస్తాయి). తదుపరి అధ్యయనంలో కోణాలను మరింత లోతుగా చర్చిస్తాము.


పట్టిక 3లోని ఇతర ఆకార శ్రేణులు కూడా సంఖ్యా శ్రేణులతో అందమైన సంబంధాలను కలిగి ఉంటాయి.



## ఆలోచించండి-చేయండి - 1.6

1. క్రమ బహుభుజిల క్రమంలో ప్రతి ఆకారంలోని భుజాల సంఖ్యను లెక్కించండి. మీకు ఏ సంఖ్యా క్రమం లభిస్తుంది? క్రమ బహుభుజిల క్రమంలో ప్రతి ఆకారంలోని మూలల సంఖ్య గురించి ఏమి చెప్పగలరు? మీకు ఒకే సంఖ్యా క్రమం లభిస్తుందా? ఇది ఎందుకు జరుగుతుందో మీరు వివరించగలరా?
2. పూర్తి గ్రాఫ్లు (పట్టిక 3 (ii) నుండి) క్రమంలో ప్రతి ఆకారంలోని వరుసల సంఖ్యను లెక్కించండి. మీకు ఏ సంఖ్యా క్రమం లభిస్తుంది? ఎందుకో మీరు ఎందుకు వివరించగలరా?

### ప్రయత్నించండి

3. పేర్బడిన చతురస్రాలు (పట్టిక 3 (iii) నుండి) క్రమంలో ప్రతి ఆకారంలో ఎన్ని చిన్న చతురస్రాలు ఉన్నాయి? ఇది ఏ సంఖ్యా శ్రేణిని ఇస్తుంది? ఎందుకో మీరు వివరించగలరా?
4. పేర్బడిన త్రిభుజాలు (పట్టిక 3 (iv) నుండి) క్రమంలో ప్రతి ఆకారంలో ఎన్ని చిన్న త్రిభుజాలు ఉన్నాయి? ఇది ఏ సంఖ్యా శ్రేణిని ఇస్తుంది? ఎందుకో మీరు వివరించగలరా? (సూచన: క్రమంలోని ప్రతి ఆకారంలో, ప్రతి వరుసలో ఎన్ని త్రిభుజాలు ఉన్నాయి?)
5. కోచ్ స్నోఫ్లేక్ శ్రేణి (v)లో ఒక ఆకారం నుండి తదుపరి ఆకారానికి వెళ్లడానికి, ప్రతి రేఖాఖండం '—' స్పేడ్ బంప్  ద్వారా భర్తీ చేస్తుంది. ఇలా, పదేపదే ఎక్కువసార్లు చేసే కొద్దీ, మార్పులు మరింత సూక్ష్మంగా మారుతూ, అత్యంత చిన్న రేఖా ఖండాలుగా మార్పు (లేదా) రూపాంతరం చెందుతాయి. కోచ్ స్నోఫ్లేక్ యొక్క ప్రతి ఆకారంలో మొత్తం ఎన్ని రేఖాఖండాలు ఉన్నాయి? సంబంధిత సంఖ్యా క్రమం ఏమిటి? (సమాధానం 3, 12, 48, ..., అంటే, 4 యొక్క ఘాతాలకు 3 రెట్లు; ఈ క్రమం పట్టిక 1లో చూపబడలేదు.)

## 1.8 ప్రకృతిలో నమూనాలు

ప్రకృతిలో నమూనాలు - ఒక గణిత శాస్త్ర అద్భుతం

అతి చిన్న ఆకు నుండి విశాలమైన గెలాక్సీ వరకు ప్రకృతి అందమైన మరియు మనోహరమైన నమూనాలతో నిండి ఉంది. ఈ నమూనాలు యాదృచ్ఛికంగా కాదు; ప్రకృతి తనను తాను ఎలా అమర్చుకుందో అర్థం చేసుకోవడానికి మనకు సహాయపడే గణిత సూత్రాలను అవి అనుసరిస్తాయి.

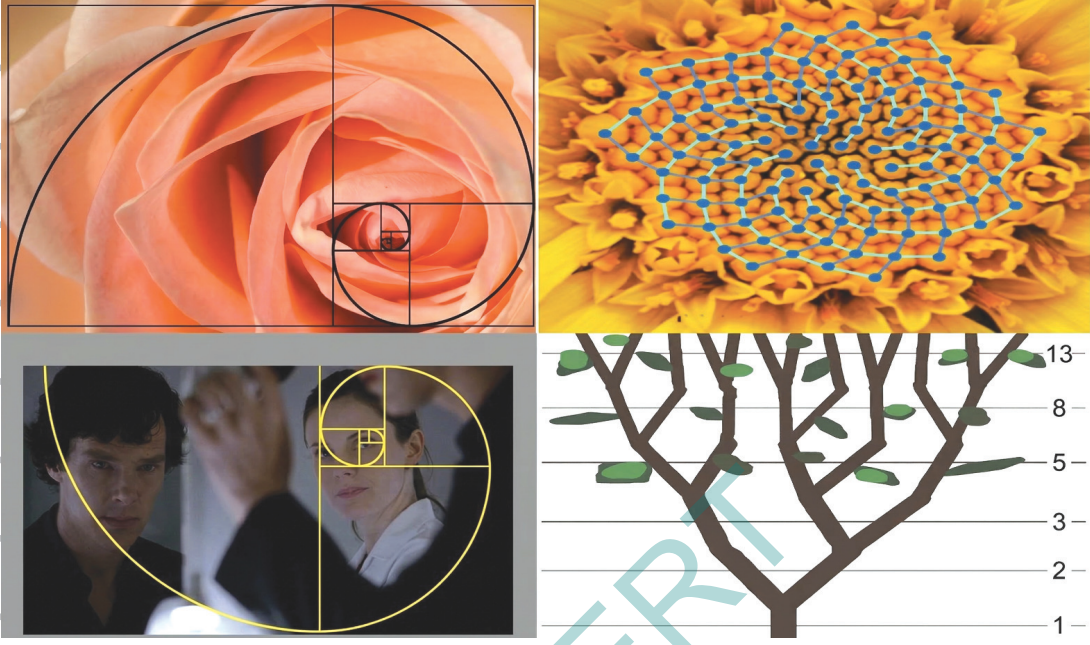
### 1. ప్రకృతిలో కనిపించే సాధారణ నమూనాలు

ఎ) ఫైరల్స్ (వృత్తాకార నమూనాలు) :

ప్రకృతిలో ఫైరల్స్ ఎక్కడ కనిపిస్తాయి?

- నత్త గుల్లలు, పైన్ కోన్లు, పొద్దుతిరుగుడు పువ్వులు, గెలాక్సీలు మరియు కొన్ని కళలలో కూడా కనిపిస్తాయి.
- అవి తరచుగా ఫిబోనాకీ క్రమాన్ని అనుసరిస్తాయి, ఇక్కడ ప్రతి సంఖ్య మునుపటి రెండింటి మొత్తం (1, 2, 3, 5, 8, 13...).

- ఉదాహరణ : పొద్దుతిరుగుడు పువ్వులో విత్తనాలు గరిష్టంగా ఉండడానికి ఫైబోనాచి నమూనాను అనుసరిస్తుంది.



బి) సౌష్ఠవము

ప్రకృతిలోని సౌష్ఠవ వస్తువులకు మీరు నాకు కొన్ని ఉదాహరణలు ఇవ్వగలరా?

- సీతాకోకచిలుకలు, ఆకులు, పువ్వులు మరియు నక్షత్ర చేపలలో కనిపిస్తుంది.



- ద్వైపాక్షిక సౌష్ఠవము - రెండు వైపులా ఒకేలా ఉంటుంది (మావవ ముఖం లాగా).
- రేడియల్ సౌష్ఠవము - ఒక కేంద్రం చుట్టూ అమర్చబడి ఉంటుంది (డ్రైసీ లేదా జెల్లీ ఫిష్ లాగా).



డ్రైసీ



జెల్లీ ఫిష్

సి) పునరావృత నమూనాలు (లేదా స్వయం సమాన ఆకారాలు):

పునరావృత నమూనాలకు కొన్ని ఉదాహరణలు.

- వివిధ ప్రమాణాల వద్ద పునరావృతమయ్యే నమూనాలు - “ఒక నమూనా లోపల ఒక నమూనా.”
- సోఫీష్టెక్స్, ఫెర్న్ ఆకులు, మెరుపులు మరియు నది వ్యవస్థలలో కనిపిస్తాయి.
- ఉదాహరణ : చెట్ల కొమ్మల వ్యాప్తి లేదా రక్త నాళాలు.



చెట్ల కొమ్మలు



రక్త నాళాలు

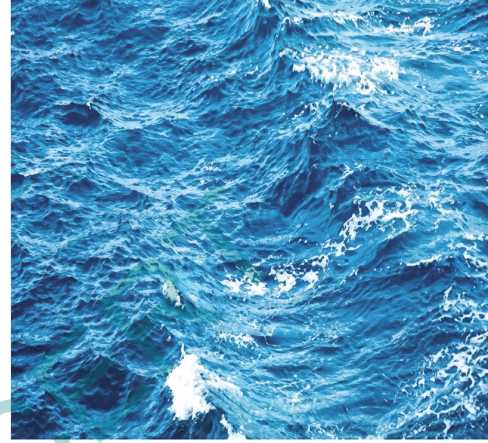
డి) తరంగాలు మరియు అలలు

ప్రకృతిలో తరంగాలు మరియు అలలను మనం ఎక్కడ గమనించవచ్చు?

- ఇసుక దిబ్బలు, సముద్రపు అలలు మరియు మంచు లేదా ఎడారి ఇసుకపై గాలి వీచడం వల్ల ఈ నమూనాలలో కనిపిస్తుంది.
- ఇవి భౌతిక నియమాలను అనుసరించి గాలి లేదా నీటి కదలిక కారణంగా ఏర్పడతాయి.



ఇసుక దిబ్బలు



సముద్ర అలలు

2. ప్రకృతిలో నమూనాలు ఎందుకు సంభవిస్తాయి ?

- సామర్థ్యం - గరిష్ట క్రమాన్ని సృష్టించడానికి ప్రకృతి కనీస శక్తిని ఉపయోగిస్తుంది.
- పెరుగుదల నియమాలు - కణాలు మరియు జీవులు గణిత నిష్పత్తులను అనుసరించి పెరుగుతాయి.
- అనుసరణ - నమూనాలు జీవుల మనుగడకు సహాయపడతాయి (ఉదా. జంతువులలో రంగు మార్పిడితో మభ్యపెట్టే నమూనాలు).

3. గణితంతో సంబంధం

- రేఖాగణితం, ఆకారాలు మరియు సౌష్ఠ్యమును వివరిస్తుంది.
- బీజగణితం, ఫిబోనాకి వంటి శ్రేణులు మరియు నమూనాలను వివరిస్తుంది.
- త్రికోణమితి తరంగాలు మరియు సైరల్స్ నమూనాలను వివరిస్తుంది.
- పునరావృత నమూనాలు, గణితాన్ని కళ మరియు కంప్యూటర్ గ్రాఫిక్స్ తో అనుసంధానిస్తాయి.



## ప్రాజెక్ట్ పని

- ప్రకృతిలోని ఆకు, శంఖం, పువ్వు, మేఘం, పండు వంటి ఏవైనా ఐదు సహజ వస్తువులను పరిశీలించండి. మీ పరిశీలనలను వ్రాయండి (ఉదాహరణకు అవి ఏ రకమైన నమూనాలను కలిగి ఉన్నాయి? - సర్పిలాకారం, సౌష్ఠవం మొదలైనవి). మీ ప్రాజెక్ట్ పనిలో వాటిని గణిత భావనలతో (ఉదాహరణకు క్రమం, ఆకారం, నిష్పత్తి మొదలైనవి) పోల్చుతూ వివరించండి. ఆ వస్తువుల యొక్క చక్కని చిత్రాలను గీసి, వాటి సౌష్ఠవ రేఖలను గుర్తించండి.

## సంగ్రహంగా!

1. కింది వాటిలో విరాహంక/ఫిబొనాకి క్రమం ఏది?
 

ఎ) 1,1,3,5,6, - - -	బి) 1,2,4,8, - - -
సి) 1,2,3,5, - - -	డి) 1,3,9,27, - - -
2. కింది వాటిని జతపర్చండి:
 

(i) వర్గ సంఖ్యలు	a) 1,3,6,10, - - -
(ii) ఘన సంఖ్యలు	b) 1,4,9,16, - - -
(iii) త్రిభుజాకార సంఖ్యలు	c) 1,8,27,64, - - -

ఎ) (i)-a, (ii)-b, (iii)-c	బి) (i)-b, (ii)-c, (iii)-a
సి) (i)-a, (ii)-c, (iii)-b	డి) (i)-b, (ii)-a, (iii)-c
3. 1,7,19,37, - - - క్రమంలో తదుపరి సంఖ్య ఏమిటి :
 

ఎ) 61	బి) 63	సి) 59	డి) 47
-------	--------	--------	--------
4. మూడవ షడ్భుజ సంఖ్య (19) ను ఒక రేఖాచిత్రం ద్వారా సూచించండి.
5. \_\_\_\_\_ అనేది త్రిభుజాకార మరియు వర్గ సంఖ్య రెండింటికీ ఒక ఉదాహరణ.
6. ప్రకటన (A): 1,4,9,16, - - - వర్గ సంఖ్యలు  
 కారణం (R): లెక్కింపు సంఖ్యలను ముందుకు వెనుకకు జోడించడం ద్వారా మనకు వర్గ సంఖ్యలు లభిస్తాయి.  
 A) (A) మరియు (R) రెండూ సరైనవి మరియు (R) అనేది (A) యొక్క సరైన వివరణ  
 B) (A) మరియు (R) రెండూ సరైనవి మరియు (R) అనేది (A) యొక్క సరైన వివరణ కాదు  
 C) (A) సరైనది మరియు (R) అనేది తప్పు.  
 D) (A) తప్పు మరియు (R) అనేది సరైనది.
7. నమూనా అంటే ఏమిటి?
8. పొద్దుతిరుగుడు పువ్వులు మరియు పైన్కోన్లు వంటి సహజ నమూనాలలో తరచుగా కనిపించే గణిత క్రమం ఏది?

9. ప్రకృతిలో స్పైరల్స్ తో ఫిబోనాకి క్రమం ఎలా అనుసంధానించబడి ఉంది?
10. తేనెపట్టులు పద్మజాకార నమూనాను ఎందుకు కలిగి ఉంటాయి?
11. ప్రకృతిలో సౌష్ఠ్యం ఎలా సహాయపడుతుందో వివరించండి.
12. 2, 4, 8, 16, \_\_\_\_, \_\_\_\_, \_\_\_\_ నమూనాలో తదుపరి మూడు పదాలను కనుగొనండి:
13. ఒక పువ్వులో రేకుల అమరిక ఫిబోనాకి సంఖ్యలను అనుసరిస్తుంది. ఒక పువ్వులో 13 రేకులు ఉంటే, ఈ నమూనాలో తదుపరి రేకుల సంఖ్యను అంచనా వేయండి.
14. ఈ సంఖ్యలను గమనించండి: 1, 4, 9, 16, 25...  
నమూనాను గుర్తించి నియమాన్ని వివరించండి.
15. ఫెర్నీ ఆకు మరియు స్పిష్టేక్ ను పోల్చండి. అవి ఏ సాధారణ నమూనాను పంచుకుంటాయి?
16. ప్రకృతిలోని నమూనాలు సాంకేతిక రూపకల్పనలో సహాయపడతాయని మీరు అనుకుంటున్నారా? ఒక ఉదాహరణ ఇవ్వండి.
17. అంతరిక్ష వినియోగంలో స్పైరల్స్ స్వభావం యొక్క సామర్థ్యాన్ని వివరించండి?
18. ప్రకృతిలో పెరుగుదలను సూచించే ఆకృతులను ఉపయోగించి నమూనాను రూపొందించండి. మీ నియమాన్ని వివరించండి.

## సారాంశం

- గణితాన్ని నమూనాల కోసం అన్వేషణగా మరియు ఆ నమూనాలు ఎందుకు వ్యవస్థితమవుతున్నాయో వివరించే ప్రక్రియగా చూడవచ్చు.
- గణితంలో కనిపించే అత్యంత ప్రాథమిక నమూనాలలో సంఖ్యా శ్రేణులు ఉన్నాయి.
- సంఖ్యా శ్రేణులకు కొన్ని ముఖ్యమైన ఉదాహరణలు లెక్కింపు సంఖ్యలు, బేసి సంఖ్యలు, సరి సంఖ్యలు, చతురస్రపు సంఖ్యలు, త్రిభుజాకార సంఖ్యలు, ఘన సంఖ్యలు, విరాహాంక/ఫెబోనాకీ సంఖ్యలు మరియు 2 యొక్క ఘాతాలు.
- కొన్నిసార్లు సంఖ్యా శ్రేణులు ఒకదానికొకటి అందమైన మరియు అద్భుతమైన మార్గాల్లో సంబంధం కలిగి ఉంటాయి. ఉదాహరణకు, 1 తో ప్రారంభమయ్యే బేసి సంఖ్యల శ్రేణిని కలపడం వలన వర్గ సంఖ్యలు లభిస్తాయి.
- చిత్రాలను ఉపయోగించి సంఖ్యా శ్రేణులను దృశ్యీకరణ చేయడం వలన శ్రేణులు మరియు వాటి మధ్య సంబంధాలను అర్థం చేసుకోవచ్చు.
- ఆకార నమూనా శ్రేణులు గణితంలో మరొక ప్రాథమిక రకం నమూనా. ఆకార నమూనా శ్రేణుల యొక్క కొన్ని ముఖ్యమైన ఉదాహరణలలో సాధారణ బహుభుజాలు, పూర్తి గ్రాఫ్ లు, పేర్చబడిన త్రిభుజాలు మరియు చతురస్రాలు మరియు కోచ్ స్పిష్టేక్ పునరావృత్తులు ఉన్నాయి. ఆకార నమూనా శ్రేణులు సంఖ్యా శ్రేణులతో అనేక అసక్తికరమైన సంబంధాలను కూడా ప్రదర్శిస్తాయి.
- ప్రకృతిలో, మొక్కలు, జంతువులు, నత్తగుల్లలు, నదులు, మేఘాలలో మరియు వాతావరణంలో కూడా నమూనాలు కనిపిస్తాయి.

# 2

## రేఖలు మరియు కోణాలు



### అభ్యసన ఫలితాలు:

#### అభ్యాసకులు

- బిందువులు, రేఖాఖండాలు, కిరణాలు, రేఖలను గుర్తించి గీయగలరు; సమాంతర, ఖండన మరియు లంబ రేఖలను గుర్తించగలరు. (CG-3)
- అల్పకోణం, లంబ కోణం, అధిక కోణం, సరళకోణం, పరావర్తన కోణం మరియు సంపూర్ణ కోణాన్ని వర్గీకరిస్తారు; కోణమానిని సహాయంతో కోణాలను కొలిచి గీయగలరు. (CG-3)
- సవ్యదిశలో మరియు అపసవ్య దిశలో జరిగే భ్రమణాలను గుర్తించి, ఆకృతుల్లో మరియు దైనందిన జీవితంలో కనిపించే వివిధకోణాలను గుర్తించగలరు. (CG-3)
- రేఖ మరియు రేఖాఖండం మధ్య తేడాను గుర్తించి, రెండు భిన్నమైన బిందువుల ద్వారా కేవలం ఒకే రేఖ గీయవచ్చని అర్థం చేసుకుంటారు. (CG-6)
- నిర్మించిన కోణాలను కొలిచే పరికరాలతో ధృవీకరించి, వాటిని కొలతల ఆధారంగా అల్ప, లంబ కోణం, అధిక, సరళ మరియు పరావర్తన కోణాలుగా వర్గీకరించగలరు. (CG-3)

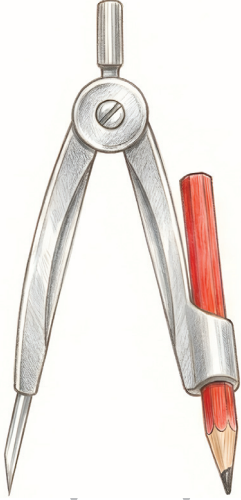
### 2:0 పరిచయం

మన రోజువారీ జీవితంలో రోడ్లు, వైర్లు, నోట్‌బుక్ అంచులు వంటి వాటిలో గీతలు కనిపిస్తాయి. రెండు దిశల్లో అంతం లేకుండా సాగిపోతున్న గీతను రేఖ అంటారు. రెండు అంత్యబిందువులు ఉన్న రేఖ భాగాన్ని రేఖాఖండం అంటారు (స్కేలు, పెన్సిల్ అంచులాగా). ఒక బిందువు నుంచి ఒక దిశలో అంతం లేకుండా వెళ్లే రేఖను కిరణం అంటారు (సూర్యకిరణాల లాగా). రెండు కిరణాలు ఒకే బిందువులో కలిసినప్పుడు కోణం ఏర్పడుతుంది. టేబుల్ మూలలు, తలుపు మూలలు మరియు గోడల మూలల్లో కోణాలు కనిపిస్తాయి. గడియారం ముళ్లు కదిలేటప్పుడు కూడా కోణాలు ఏర్పడుతాయి. రేఖలు, కోణాలు వస్తువుల స్థానం మరియు ఆకారాలను అర్థం చేసుకోవడంలో సహాయపడతాయి. ఇవి చెట్లు, రోడ్లు, భవనాల్లో కూడా కనిపిస్తాయి. నిజజీవితంతో అనుసంధానం చేస్తే గణితం సులభంగా అర్థమవుతుంది. మన చుట్టూ గమనిస్తే ఎన్నో రేఖలు, కోణాలు కనిపిస్తాయి. జ్యామితి నేర్చుకోవడం అంటే గమనించడం, గీయడం, నమూనాలను అర్థం చేసుకోవడం.

ఈ అధ్యాయంలో, బిందువులు, రేఖా ఖండాలు, రేఖలు, కిరణాలు మరియు కోణాలతో సహా జ్యామితి యొక్క కొన్ని ప్రాథమిక ఆలోచనలను మనం అన్వేషిస్తాము. ఈ ఆలోచనలు 'సమతల జ్యామితి' యొక్క నిర్మాణ విభాగాలను ఏర్పరుస్తాయి మరియు వివిధ ఆకారాల నిర్మాణం మరియు విశ్లేషణ వంటి జ్యామితిలో మరింత అధునాతన అంశాలను అర్థం చేసుకోవడానికి మనకు సహాయపడతాయి.

## 2.1 బిందువు

పెన్సిల్ యొక్క పదునైన కొనతో కాగితం మీద ఒక చుక్కను గుర్తించండి. కొన ఎంత పదునైనదో, చుక్క అంత సన్నగా ఉంటుంది. ఈ చిన్న చుక్క మీకు ఒక బిందువు గురించి ఒక ఆలోచన ఇస్తుంది. ఒక బిందువు ఖచ్చితమైన స్థానాన్ని నిర్ణయిస్తుంది, కానీ దానికి పొడవు, వెడల్పు లేదా ఎత్తు ఉండదు. ఒక బిందువు కోసం కొన్ని నమూనాలు క్రింద ఇవ్వబడ్డాయి.



వృత్తలేఖిని యొక్క కొన    పెన్సిల్ యొక్క పదునైన కొన    సూది గుండ్రటి కొన    ఆంధ్రప్రదేశ్ పటంలోని ముఖ్యమైన నగరాలు

మీరు ఒక కాగితంపై మూడు బిందువులను గుర్తించినట్లయితే, ఈ మూడు బిందువులను వేరు వేరు అక్షరాలతో చూపించండి. దీని కోసం మూడు బిందువులలో ప్రతి దానిని ఒక పెద్ద అక్షరంతో సూచించవచ్చు. ఉదాహరణకు

Z

P

T

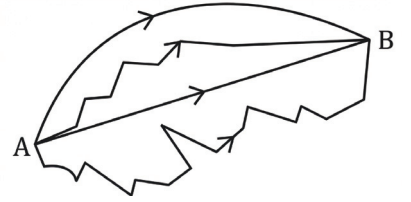
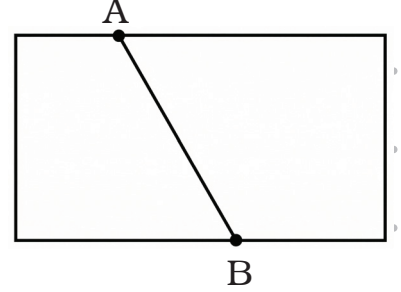
Z, P మరియు T వంటి ఒక పెద్ద అక్షరం ద్వారా సూచించవచ్చు. ఈ బిందువులను 'బిందువు Z', 'బిందువు P' మరియు 'బిందువు T' అని చదువుతారు. వాస్తవానికి, బిందువులు ఖచ్చితమైన స్థానాలను సూచిస్తాయి మరియు కంటికి కనిపించనంత సన్నగా ఉంటాయని ఊహించాలి.

## 2.2 రేఖా ఖండము

ఒక కాగితం ముక్కను మడిచి విప్పండి. మీరు మడతను చూశారా? ఇది రేఖాఖండము యొక్క ఆలోచనను ఇస్తుంది. దీనికి A మరియు B అనే రెండు చివరి బిందువులు ఉన్నాయి.

ఒక కాగితంపై ఏవైనా రెండు బిందువులు A మరియు B లను గుర్తించండి. A మరియు B లను వివిధ మార్గాల ద్వారా కలపడానికి ప్రయత్నించండి (పటం 2.1).

A నుంచి B కు అతి చిన్న మార్గం ఏది? A నుంచి బిందువు B కు గల ఈ చిన్న మార్గంని A నుంచి B బిందువు వరకు (A మరియు B తో సహా) రేఖాఖండము అంటారు. దీనిని  $\overline{AB}$  లేదా  $\overline{BA}$  గా సూచిస్తారు. A మరియు B బిందువులను  $\overline{AB}$  రేఖాఖండము యొక్క చివరి బిందువులు అంటారు.



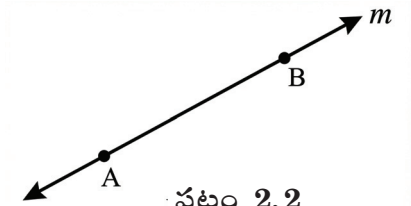
పటం 2.1

## 2.3 సరళ రేఖ

A నుంచి B వరకు ఉన్న రేఖాఖండం (అనగా,  $\overline{AB}$ ) ఒక దిశలో A ను దాటి మరో దిశలో B ను దాటి ఎటువంటి ముగింపు లేకుండా విస్తరించబడిందని ఊహించుకోండి (పటం 2.2 చూడండి). ఇది ఒక రేఖకు నమూనా. మీరు ఒక రేఖ యొక్క పూర్తి చిత్రాన్ని గీయగలరని మీరు అనుకుంటున్నారా? గీయలేరు. ఎందువల్ల?

రెండు బిందువులు A మరియు B ద్వారా వెళ్ళే రేఖను  $\overleftrightarrow{AB}$  గా వ్రాస్తారు. ఇది రెండు దిశలలో అనంతంగా విస్తరించి ఉంటుంది. కొన్నిసార్లు ఒక రేఖను  $l$  లేదా  $m$  వంటి అక్షరాలతో సూచిస్తారు.

ఏవైనా రెండు బిందువులు, వాటి గుండా వెళ్ళే ఒకే ఒక ప్రత్యేక రేఖను నిర్ణయిస్తాయని గమనించండి. (పటం 2.1 మరియు పటం 2.2 లను పరిశీలించండి.)



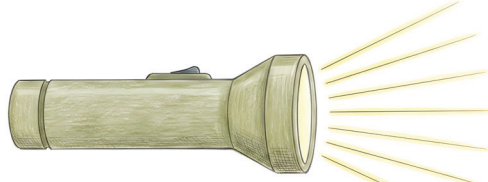
పటం 2.2

## 2.4 కిరణం

కిరణం అనేది ఒక బిందువు వద్ద ప్రారంభమై (కిరణము యొక్క ఆది బిందువు లేదా ప్రారంభ బిందువు అని పిలుస్తారు.) ఒక దిశలో అనంతంగా కొనసాగే రేఖలో ఒక భాగం. కిరణానికి కొన్ని నమూనాలు ఈ క్రింది విధంగా ఉన్నాయి:



లైట్ హౌస్ నుండి  
కాంతి పుంజం

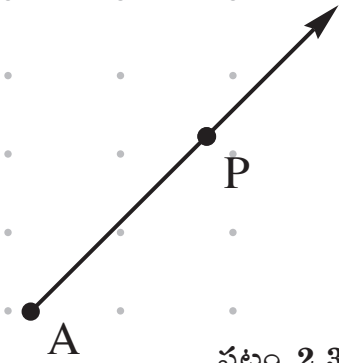


ఒక టార్చ్ నుండి కాంతి కిరణాలు



సూర్య కిరణాలు

కిరణం యొక్క రేఖాచిత్రాన్ని (పటం 2.3) చూడండి. దానిపై రెండు రెండుబిందువులు గుర్తించబడతాయి. ఒకటి ప్రారంభ బిందువు A మరియు మరొకటి కిరణ మార్గంలో ఒక బిందువు P. అప్పుడు మనం కిరణాన్ని  $\overrightarrow{AP}$  ద్వారా సూచిస్తాము.



పటం 2.3



### ఆలోచించండి-చేయండి - 2.1

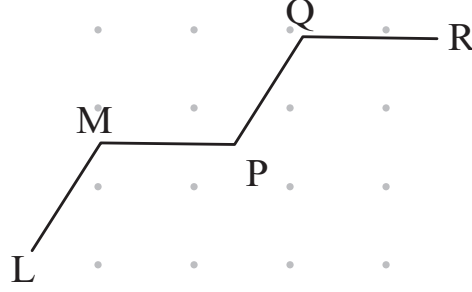
1.

రాము ఒక కాగితం ముక్క పై ఒక బిందువును గుర్తించాడు. ఆ బిందువు గుండా అతను ఎన్ని రేఖలను గీయగలడు?

వెంకట్ ఒక కాగితం మీద రెండు బిందువులను గుర్తించాడు. ఈ రెండు బిందువుల గుండా అతను ఎన్ని విభిన్న రేఖలను గీయగలడు?

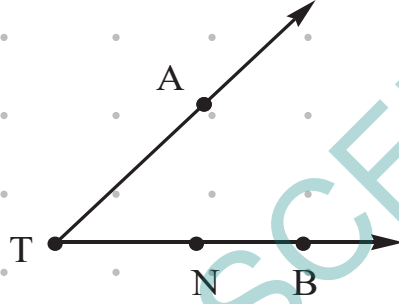
రాము మరియు వెంకట్ వారి సమాధానాలను కనుగొనడానికి మీరు సహాయంచేయగలరా?

2. పటం 2.4లోని రేఖాఖండాల పేర్లు తెలపండి. గుర్తించబడిన ఐదు బిందువులలో ఏవి ఖచ్చితంగా ఒకే రేఖాఖండముపై ఉన్నాయి? ఏవి రెండు రేఖాఖండములపై ఉన్నాయి?



పటం 2.4

3. పటం 2.5లో చూపించిన కిరణాల పేర్లు చెప్పండి. ఈ కిరణాలలో ప్రతి దానికి T ప్రారంభ బిందువా?

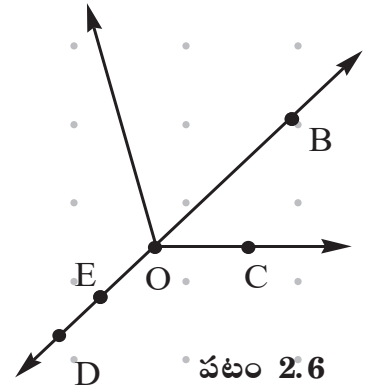


పటం 2.5

4. కింది వాటిలో ప్రతిదాన్ని వివరించడానికి ఒక చిత్తు పటాన్ని గీసి తగిన విధంగా గుర్తించండి.
- $\overleftrightarrow{OP}$  మరియు  $\overleftrightarrow{OQ}$  లు O వద్ద కలుస్తాయి.
  - $\overrightarrow{XY}$  మరియు  $\overleftarrow{PQ}$  లు M బిందువు వద్ద కలుస్తాయి.
  - రేఖ  $l$ , E మరియు F బిందువులను కలిగి ఉంటుంది. కానీ బిందువు D ని కాదు.
  - బిందువు P అనేది AB పై ఉంటుంది.

5. పటం 2.6లో, క్రింది వాటి పేర్లు తెలపండి :

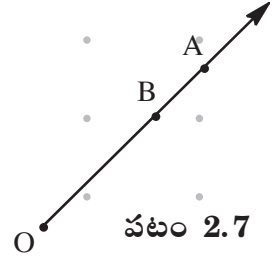
- ఐదు బిందువులు.
- ఒక సరళరేఖ
- నాలుగు కిరణాలు
- ఐదు రేఖాఖండాలు



పటం 2.6

6. ఇక్కడ  $\vec{OA}$  ఒక కిరణం. (పటం 2.7) ఉంది. ఇది  $O$  వద్ద ప్రారంభమై  $A$  బిందువు గుండా వెళుతుంది. ఇది  $B$  బిందువు గుండా కూడా వెళుతుంది.

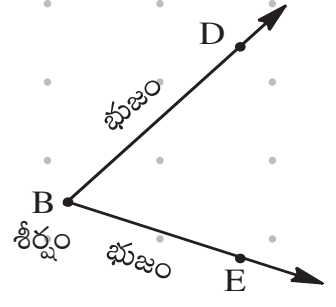
- మీరు దీనికి  $\vec{OB}$  అని కూడా పేరు పెట్టగలరా? ఎందువల్ల?
- $\vec{OA}$  కు బదులుగా  $\vec{AO}$  అని మనం రాయగలమా? ఎందుకు? లేదా ఎందుకు రాయలేరు?



పటం 2.7

### 2.5 కోణం

ఒక ఉమ్మడి ప్రారంభ బిందువును కలిగి ఉన్న రెండు కిరణాల ద్వారా ఒక కోణం ఏర్పడుతుంది. ఇక్కడ  $\vec{BD}$  మరియు  $\vec{BE}$  కిరణాల ద్వారా ఏర్పడిన కోణం ఉంది, ఇక్కడ  $B$  అనేది ఉమ్మడి ప్రారంభ స్థానం. (పటం. 2.8).



పటం 2.8

$B$  బిందువును కోణం యొక్క శీర్షం అని,  $\vec{BD}$  మరియు  $\vec{BE}$  కిరణాలను కోణం యొక్క భుజాలు అని పిలుస్తారు. ఈ కోణానికి మనం ఎలా పేరు పెట్టాలి? మనం కేవలం శీర్షాన్ని ఉపయోగించవచ్చు మరియు అది కోణం  $B$  అని చెప్పవచ్చు. స్పష్టంగా చెప్పాలంటే, కోణానికి పేరు పెట్టడానికి శీర్షంతో కలిసి ప్రతి భుజాల పై ఒక బిందువును ఉపయోగిస్తాము. ఈ సందర్భంలో, మనం కోణాన్ని కోణం  $DBE$  లేదా కోణం  $EBD$  అని పిలుస్తాము. కోణము అనే పదాన్ని ' $\angle$ ', చిహ్నంతో సూచించవచ్చు అంటే,  $\angle DBE$  లేదా  $\angle EBD$ . కోణాన్ని పేర్కొనడంలో, శీర్షం ఎల్లప్పుడూ మధ్య అక్షరంగా వ్రాయబడుతుందని గమనించండి.

ఒక కోణాన్ని సూచించడానికి, మనం శీర్షం వద్ద ఒక చిన్న వక్రతను ఉపయోగిస్తాము (పటం 2.9 చూడండి)

మొదటి కిరణాన్ని రెండవ కిరణానికి తీసుకెళ్లడానికి శీర్షం చుట్టూ అవసరమైన భ్రమణం లేదా మలుపు మొత్తాన్ని కోణం పరిమాణం అంటారు.

కిరణం యొక్క తుది స్థానం

భ్రమణ పరిమాణం అనేది కోణం యొక్క కొలత

శీర్షం

కిరణం యొక్క ప్రారంభ స్థానం

పటం 2.9

విద్య ఇప్పుడే తన పుస్తకాన్ని తెరిచింది. వివిధ సందర్భాల్లో ఆమె పుస్తకం ముఖచిత్రాన్ని తెరవడాన్ని మనం పరిశీలిద్దాం.



సందర్భం 1    సందర్భం 2    సందర్భం 3    సందర్భం 4    సందర్భం 5    సందర్భం 6

❖ ఈ సందర్భాలలో ప్రతి దానిలో కోణాలు చేయబడుతున్నాయని మీరు గమనించారా? మీరు వాటి భుజాలు మరియు శీర్షాలను గుర్తించగలరా?

ఏ కోణం ఎక్కువ 1వ సందర్భంలోని కోణమా? లేదా 2వ సందర్భంలోని కోణమా? మనం ఒక రేఖ యొక్క పరిమాణం గురించి దాని పొడవు ఆధారంగా మాట్లాడినట్లే, దాని భ్రమణ పరిమాణం ఆధారంగా ఒక కోణం యొక్క పరిమాణం గురించి కూడా మాట్లాడతాము.

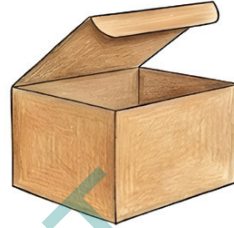
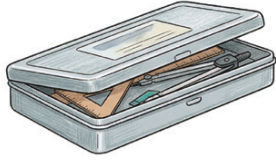
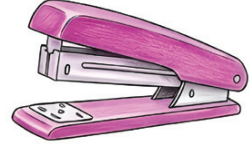
కాబట్టి 2వ సందర్భంలో కోణం ఎక్కువగా ఉంటుంది, ఎందుకంటే ఆమె ఈ సందర్భం లో కవర్ ని మరింత తిప్పాల్సి ఉంటుంది. అదేవిధంగా, 3వ సందర్భంలోని కోణం 2వ సందర్భం కంటే పెద్దది, ఎందుకంటే మరింత ఎక్కువ భ్రమణం చేయబడిఉంది, మరియు సందర్భాలు 4, 5 మరియు 6 వరుసగా ఎక్కువ భ్రమణంతో పెద్దకోణాలను సూచిస్తాయి.

నిజజీవితంలో భ్రమణం లేదా మలుపు ద్వారా కోణాలు తలెత్తే మరికొన్ని ఉదాహరణలు చూద్దాం.

- వృత్తలేఖని లేదా విభాగిని లో, మనం ఒక కోణాన్ని ఏర్పరచడానికి భుజాలను తిప్పుతాము. కోణం అనేది రెండు భుజాలు కలిసే బిందువు. కోణం యొక్క భుజాలు మరియు శీర్షం ను గుర్తించండి.
- ఒక కత్తెర లో రెండు బేడ్లు ఉంటాయి. ఏదైనా కత్తిరించడానికి మనం వాటిని తెరిచినప్పుడు (లేదా 'వాటిని తిప్పండి') బేడ్లు ఒక కోణాన్ని ఏర్పరుస్తాయి. కోణం యొక్క భుజాలు మరియు శీర్షం ను గుర్తించండి.



- కళ్ళజోడు, పర్సు మరియు ఇతర సాధారణ వస్తువుల చిత్రాలను చూడండి. వాటి భుజాలు మరియు శీర్షాలను మార్క్ చేయడం ద్వారా వాటిలోని కోణాలను గుర్తించండి.



ఒక భుజాన్ని ఆధారంగా మరో భుజాన్ని తిప్పడం ద్వారా ఈ కోణాలు ఎలా ఏర్పడతాయో గమనించారా?

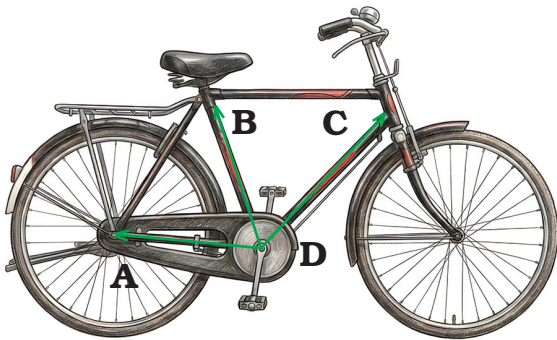
### ఉపాధ్యాయులకు గమనిక

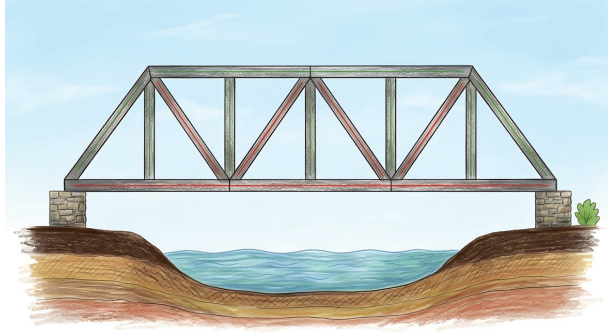
ఒక కోణం యొక్క పరిమాణాన్ని భ్రమణ కొలతగా గుర్తించడానికి ఉపాధ్యాయులు విద్యార్థులతో వివిధ కృత్యాలను నిర్వహించాలి.



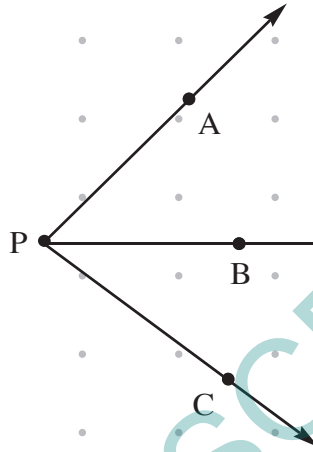
### ఆలోచించండి-చేయండి - 2.2

1. ఇవ్వబడ్డ చిత్రాలలోని కోణాలను మీరు కనుగొనగలరా? ఏదైనా ఒక కోణాన్ని ఏర్పరిచే కిరణాలను గీయండి మరియు కోణం యొక్క శీర్షం కు పేరుపెట్టండి.

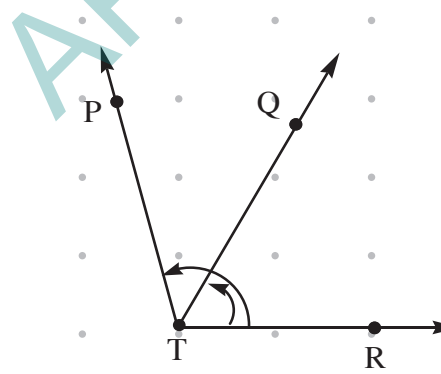




2. ST మరియు SR భుజాలతో ఒక కోణాన్ని గీసి, గుర్తించండి.
3.  $\angle APC$ , ని  $\angle P$  అని ఎందుకు గుర్తించలేదో వివరించండి?



4. ఇవ్వబడ్డ పటంలో గుర్తించిన కోణాల పేర్లను తెలపండి.



5. మీ కాగితం పై ఒక వరుసలో లేని ఏవైనా మూడు బిందువులను గుర్తించండి. వాటిని A, B, C లుగా గుర్తించండి. ఈ బిందువుల జతల గుండా వెళ్ళే అన్ని సాధ్యమైన రేఖలను గీయండి. మీకు ఎన్ని రేఖలు వస్తాయి? వాటి పేర్లు చెప్పండి. A, B, C ఉపయోగించి మీరు ఎన్నికోణాలకు పేరు పెట్టవచ్చు? వాటిని రాయండి మరియు పటం 2.9లో ఉన్న విధంగా ప్రతిదానిని వక్రంతో చూపండి.

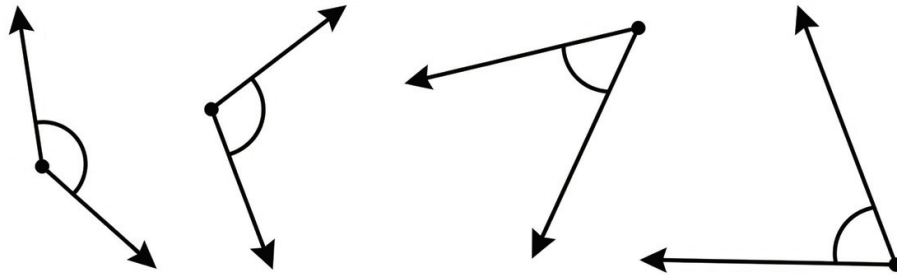
6. ఇప్పుడు మీ కాగితంపై ఏవైనా నాలుగు బిందువులను, వాటిలో ఏ మూడు బిందువులు ఒకే సరళరేఖపై ఉండకుండా గుర్తించండి. వాటిని A, B, C, D అని గుర్తించండి. ఈ బిందువుల జతల గుండా వెళ్లే అన్ని సాధ్యమైన రేఖలను గీయండి. మీకు ఎన్ని రేఖలు వస్తాయి? వాటి పేరు పెట్టండి. A, B, C, D ఉపయోగించి మీరు ఎన్ని కోణాలకు పేరు పెట్టవచ్చు? వాటన్నిటినీ రాయండి, మరియు ప్రతిదానిని ఒక వక్రతతో పటం 2.9 లో చూపిన విధంగా గుర్తించండి.

## 2.6 కోణాలను పోల్చడం

ఈ జంతువులు నోరు తెరవడం చూడండి. ఇక్కడ ఏవైనా కోణాలు కనిపిస్తున్నాయా? ఒకవేళ అవును అయితే, ప్రతి వాటి యొక్క భుజాలు మరియు కోణాన్ని గుర్తించండి. కొన్ని నోర్లు మిగిలినవాటి నోర్ల కన్నా వెడల్పుగా తెరుచుకుంటాయి. దవడలు ఎంత ఎక్కువగా తెరిస్తే కోణం అంత పెద్దది! ఈ చిత్రంలోని కోణాలను మీరు చిన్న నుండి పెద్ద వరకు అమర్చగలరా?



❁ రెండు కోణాలను పోల్చడం ఎల్లప్పుడూ సులభమేనా?



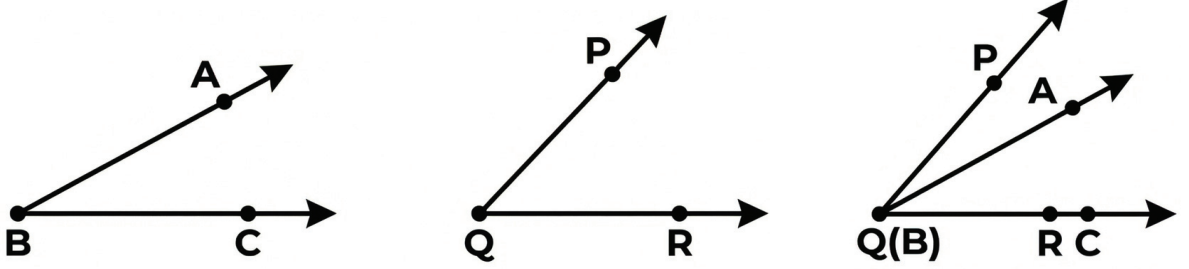
ఇక్కడ కొన్ని కోణాలు ఉన్నాయి. ప్రతి కోణాన్ని గుర్తించండి. మీరు వాటిని ఎలా పోలుస్తారు? మరికొన్ని కోణాలను గీయండి; వాటిని గుర్తించి పోల్చండి?

## అధ్యారోపన ద్వారా కోణాలను పోల్చడం

ఏవైనా రెండు కోణాలను ఒకదానిపై ఒకటి ఉంచడం ద్వారా అంటే, అధ్యారోపన ద్వారా పోల్చవచ్చు.

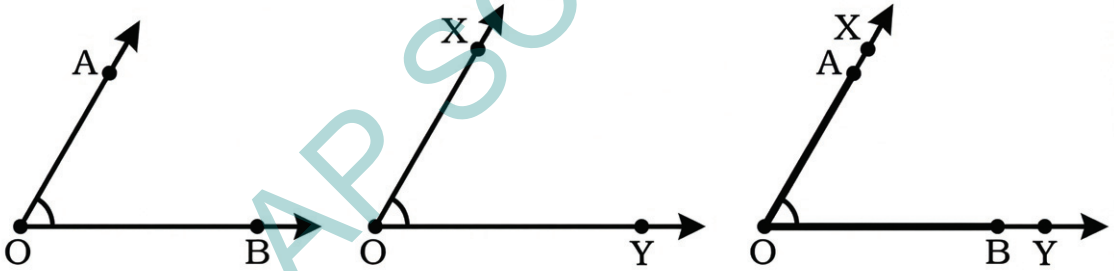
అధ్యారోపన చేసేటప్పుడు, కోణాల శీర్షాలు అతివ్యాప్తి చెందాలి.

అధ్యారోపన తరువాత, ఏ కోణం చిన్నది? మరియు ఏది పెద్దది? అనేది స్పష్టమవుతుంది.



ఈ చిత్రంలో రెండు కోణాలను చూపించారు.  $\angle PQR$  అనేది  $\angle ABC$  కంటే పెద్దది అని ఇప్పుడు స్పష్టమైంది.

సమాన కోణాలు - ఇప్పుడు చిత్రంలో  $\angle AOB$  మరియు  $\angle XOY$  పరిగణించండి. ఏది ఎక్కువ ?



ఈ రెండు కోణాల మూలలు సరిపోలుతాయి మరియు భుజాలు ఒకదానితో ఒకటి అతివ్యాప్తి చెందుతాయి, అనగా,  $OA \leftrightarrow OX$  మరియు  $OB \leftrightarrow OY$ . కాబట్టి, కోణాలు పరిమాణంలో సమానంగా ఉంటాయి.

ఈ కోణాలు పరిమాణంలో సమానంగా పరిగణించబడటానికి కారణం ఏమిటంటే, ఈ కోణాలలో ప్రతి ఒక్కటి భ్రమణం నుండి ఏర్పడినట్లు మనం దృశ్యీకరించినప్పుడు,  $\vec{OB}$  ని  $\vec{OA}$  కి మరియు  $\vec{OY}$  ని  $\vec{OX}$  కి తరలించడానికి సమానమైన భ్రమణం అవసరమని మనం చూడవచ్చు.

అధ్యారోపనం దృకోణం నుండి చూస్తే రెండు కోణాలు ఒకదానిపై ఒకటి అతి వ్యాప్తి చెందినప్పుడు, ఆ రెండు కోణాల ఉమ్మడి శీర్షం మరియు రెండు కిరణాలు ఒకదానిపై ఒకటి అమరినట్లయితే, ఆ కోణాల పరిమాణాలు సమానంగా ఉంటాయి.

✿ పోల్చడానికి మనం ఇంకెక్కడ అధ్యారోపనం ని ఉపయోగిస్తాం?



### ఆలోచించండి-చేయండి - 2.3



1. ఒక దీర్ఘ చతురస్రాకారపు కాగితాన్ని మడతపెట్టండి, ఆపై సృష్టించబడిన మడత వెంట ఒక రేఖను గీయండి. కాగితం యొక్క మడత మరియు భుజాల మధ్య ఏర్పడిన కోణాలను పేరు పెట్టండి మరియు పోల్చండి. ఒక దీర్ఘచతురస్రాకార కాగితమును మడవటం ద్వారా వేర్వేరు కోణాలను తయారు చేసి, కోణాలను పోల్చండి. మీరు చేసినప్పుడు ఏర్పడిన అతి పెద్ద మరియు అతి చిన్నకోణం ఏది?



2. ప్రతి సందర్భంలో, ఏ కోణం ఎక్కువ మరియు ఎందుకు అని నిర్ణయించండి.

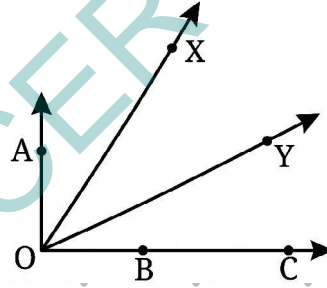
ఎ.  $\angle AOB$  లేదా  $\angle XOY$

బి.  $\angle AOB$  లేదా  $\angle XOB$

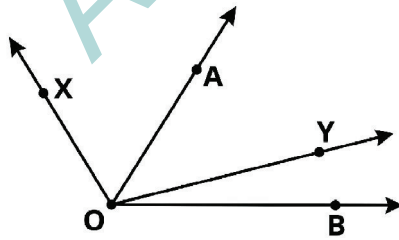
సి.  $\angle XOB$  లేదా  $\angle XOC$

ఏది పెద్దదో మీరు ఎలా నిర్ణయించారు?

మీ స్నేహితులతో చర్చించండి.



3. ఏ కోణం ఎక్కువ:  $\angle XOY$  లేదా  $\angle AOB$ ? కారణాలు తెలియజేయండి.



అధ్యారోపనం లేకుండా కోణాలను పోల్చడం

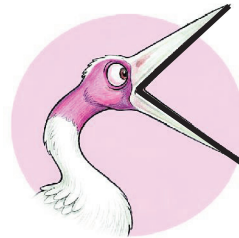
రెండు కొంగలు తమ నోటిని ఏది వెడల్పుగా తెరవగలవు?

అంటే, ఏది పెద్ద కోణాన్ని సృష్టిస్తున్నాయి అని

వాదించుకుంటున్నాయి.

ముందుగా వాటి కోణాలను గీయండి. ఏది పెద్దదో

తెలుసుకోవడం ఎలా? ఇంతకు ముందు చూసినట్లుగా,

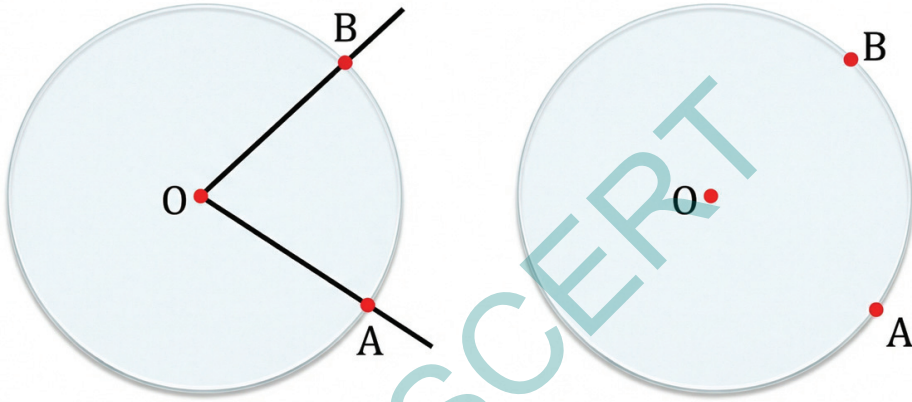


పటం 2.10

ఈ కోణాలను గుర్తించవచ్చు, వాటిని అధ్యారోపణ మరియు తరువాత సరిచూడవచ్చు. కానీ అధ్యారోపణ చేయకుండా మనం చేయగలమా?

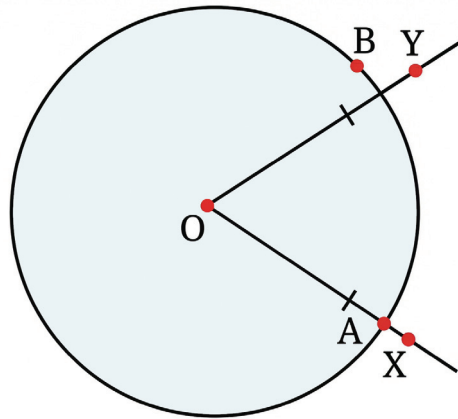
మనకు ఒక పారదర్శక వృత్తం ఉందనుకుందాం, దానిని కదిలించవచ్చు మరియు బొమ్మల పై ఉంచవచ్చు. పోలిక కోసం దీనిని ఉపయోగించవచ్చా?

మొదటి కొంగ తెరిచిన కోణంపై వృత్తాకార కాగితాన్ని ఉంచుదాం. వృతం దాని కేంద్రం కోణం యొక్క శీర్షంపై ఉండే విధంగా ఉంచబడుతుంది. కోణం యొక్క భుజాలు వృతం గుండా వెళ్ళే బిందువుల వద్ద వృత్త అంచులపై A మరియు B బిందువులను మనం గుర్తిద్దాం.



ఈ కోణం రెండవ కొంగ ద్వారా తెరువబడిన కోణం కంటే ఎక్కువ? లేదా సమానంగా? లేదా చిన్నదా? అని తెలుసుకోవడానికి మనం దీనిని ఉపయోగించవచ్చా?

రెండవ కొంగ ద్వారా తెరువబడిన కోణంపై దీనిని ఉంచుదాం, తద్వారా కోణం వృత్తం యొక్క మధ్యభాగంతో సరిపోలుతుంది మరియు ఒక భుజం OA గుండా వెళుతుంది.



ఇప్పుడు ఏ కోణం పెద్దదో చెప్పగలరా?

ఏ కొంగ పెద్ద కోణం చేస్తోంది?

మీరు ఒక వృత్తాకార పారదర్శక కాగితాన్ని తయారు చేయగలిగితే, పటం 2.10 లోని కోణాలను ఒకదానితో ఒకటి పోల్చడానికి ఈ పద్ధతిని ప్రయత్నించండి.

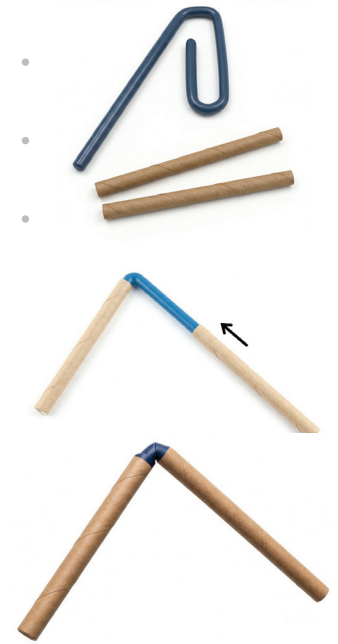
### ఉపాధ్యాయులకు గమనిక

ఒక కోణం అనే భావన చుట్టూ విద్యార్థుల అవగాహనను ఉపాధ్యాయుడు సరిచూడాలి. కొన్నిసార్లు విద్యార్థులు కోణం యొక్క భుజాల పొడవును పెంచడం వల్ల కోణం పెరుగుతుందని అనుకోవచ్చు. ఇందుకోసం విద్యార్థులకు వివిధ పరిస్థితులను కల్పించి వాటిపై వారి అవగాహనను పరీక్షించుకోవాలి.

## 2.7 తిరిగే భుజాలను తయారు చేయడం

ఈ దశలను అనుసరించి రెండు పేపర్ స్ట్రాలు మరియు ఒక పేపర్ క్లిప్ ఉపయోగించి 'తిరిగే భుజాలను' తయారు చేద్దాం :

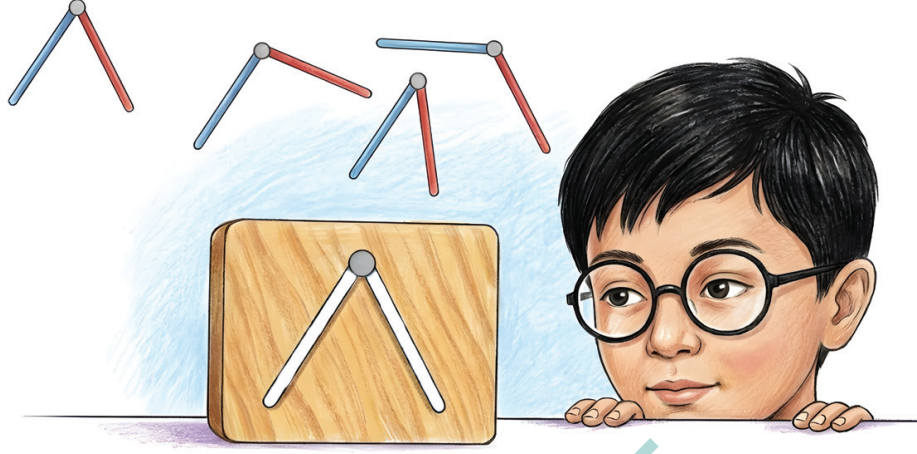
1. రెండు పేపర్ స్ట్రాలు, ఒక పేపర్ క్లిప్ తీసుకోండి.
2. పేపర్ క్లిప్ యొక్క భుజాల్లోకి స్ట్రాల్‌ను చొప్పించండి.
3. మీ దగ్గర తిరిగే భుజం సిద్ధంగా ఉంది!



భుజాల మధ్య వివిధ కోణాలతో అనేక 'తిరిగే భుజాలను' తయారు చేయండి. మీరు చేసిన కోణాలను పోల్చడం మరియు అధ్యారోపనం చేయడం ద్వారా చిన్న కోణం నుండి పెద్ద కోణం వరకు అమర్చండి.

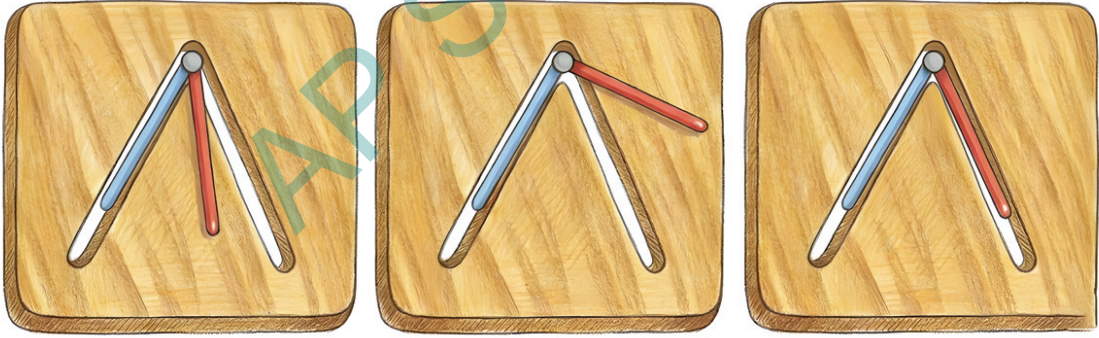
**చీలిక గుండా వెళ్తూ :** విభిన్న కోణాలతో తిరిగే అనేక భుజాలను సేకరించండి; ఈ కృత్యం సమయంలో తిరిగే భుజాలను తిప్పవద్దు.

ఒక కార్డ్ బోర్డ్ తీసుకొని, తిరిగే భుజాలలో ఒకదాని ఆకారాన్ని గుర్తించడం మరియు కత్తిరించడం ద్వారా క్రింద చూపించిన విధంగా కోణం ఆకారంలో చీలికను తయారు చేయండి.



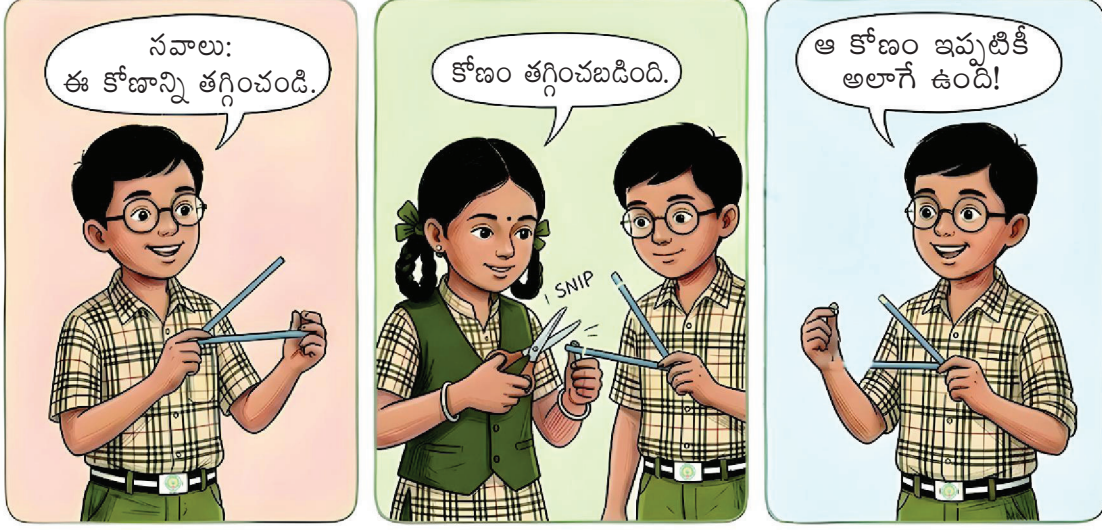
ఇప్పుడు, తిరుగుతున్న అన్ని భుజాలను కదిలించండి మరియు కలపండి. తిరిగే భుజాలలో ఏది చీలిక గుండా వెళ్తుందో మీరు గుర్తించగలరా?

తిరుగుతున్న ప్రతి భుజాన్ని చీలికపై ఉంచడం ద్వారా సరైనదాన్ని కనుగొనవచ్చు. తిరిగే కొన్ని భుజాల కోసం ఇలా చేద్దాం:



- భుజాల కోణం కంటే చీలిక కోణం ఎక్కువగా ఉంటుంది. చీలిక కోణం భుజాల కోణం కంటే తక్కువగా ఉంటుంది. చీలిక కోణం భుజాల కోణానికి సమానం. భుజాలు చీలిక గుండా వెళ్ళవు. చీలిక గుండా భుజాలు వెళ్ళవు. గుండా వెళతాయి.

చీలిక కోణం సమానంగా ఉన్న భ్రమణ భుజాల జత మాత్రమే చీలిక గుండా వెళుతుంది. చీలిక గుండా వెళ్లే అవకాశం భ్రమణ భుజాల మధ్య కోణం పై మాత్రమే ఆధారపడి ఉంటుంది మరియు వాటి పొడవులపై కాదు (అవి చీలిక పొడవు కంటే తక్కువగా ఉన్నంత వరకు) గమనించండి.

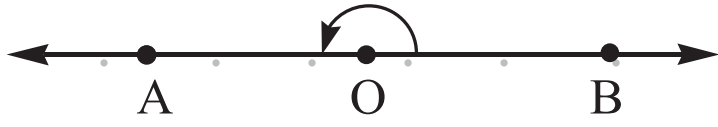


### 2.8 కోణాల ప్రత్యేక రకాలు

విద్య నోట్‌బుక్ సందర్భంలోకి వెళ్లి వివిధ సందర్భాలలో ఆమె పుస్తకం ముఖచిత్రాన్ని తెరవడాన్ని పరిశీలిద్దాం. ఆమె తన చేతిలో పుస్తకాన్ని పట్టుకుని వ్రాయవలసి వచ్చినప్పుడు కవరును పూర్తిగా తిప్పుతుంది.

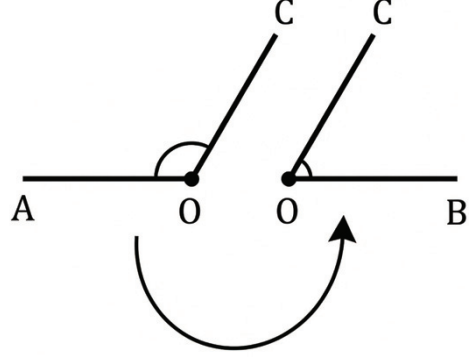
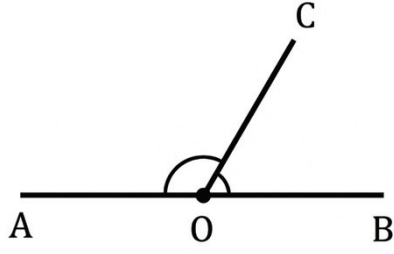


ఆమె తన టేబుల్ పై కవర్‌ను తెరవాల్సి వచ్చినప్పుడు దానిని సగం తిప్పుతుంది. ఈ సందర్భంలో, ఏర్పడిన కోణం యొక్క భుజాలను గమనించండి. అవి సరళరేఖలో ఉంటాయి. అలాంటి కోణాన్ని సరళ కోణం అంటారు.



పటం 2.11

సరళ కోణం  $\angle AOB$  ని పరిశీలిద్దాం. ఏదైనా కిరణం  $\vec{OC}$  దానిని రెండు కోణాలుగా విభజిస్తుందని గమనించండి,  $\angle AOC$  మరియు  $\angle COB$ .



❁ రెండు కోణాలు ఒకదానికొకటి సమానంగా ఉండే విధంగా  $\vec{OC}$  గీయడం సాధ్యమేనా?

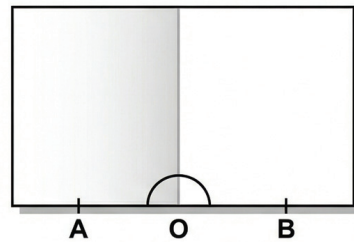
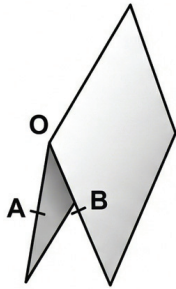
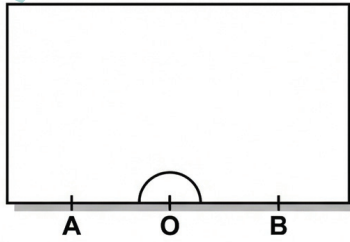


### మనం అన్వేషిద్దాం

ఒక కాగితం ఉపయోగించి ఈ సమస్యను పరిష్కరించడానికి ప్రయత్నించవచ్చు. మడత తయారు చేసినప్పుడు, అది నిటారుగా ఉండే మడత ను సృష్టిస్తుందని గుర్తుంచుకోండి.

ఒక దీర్ఘచతురస్రాకార కాగితం ముక్కను తీసుకొని, దాని యొక్క ఒక వైపున, సరళ కోణంకు  $\angle AOB$  అని గుర్తించండి. మడత పెట్టడం ద్వారా, O గుండా విభజించే ఒక రేఖ (మడత)ను పొందడానికి ప్రయత్నించండి.  $\angle AOB$  ని రెండు సమాన కోణాలుగా విభజిస్తుంది.

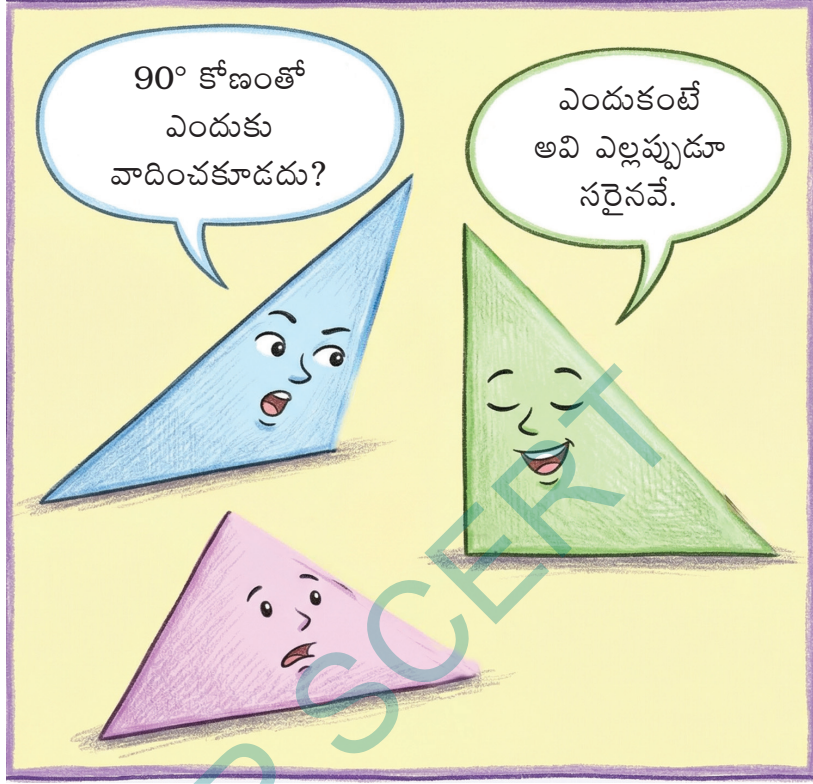
అది ఎలా సాధ్యం?



OB, OA తో అతివ్యాప్తి చెందే విధంగా కాగితాన్ని మడవండి. మడత మరియు ఏర్పడిన రెండు కోణాలను గమనించండి.

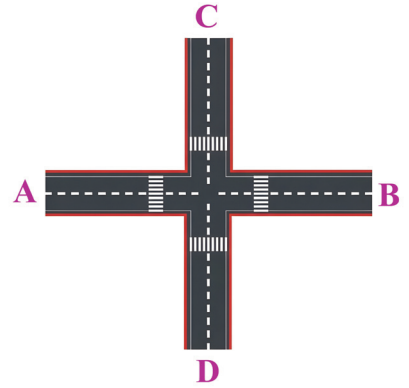
రెండు కోణాలు ఎందుకు సమానమో సమర్థించండి. అధ్యారోపన మరియు తనిఖీ చేయడానికి ఏదైనా మార్గం ఉందా? మడత పెట్టడం ద్వారా ఈ అధ్యారోపన చేయవచ్చా?

ఈ సమాన కోణాలలో ఏర్పడే ప్రతి ఒక్కటి లంబకోణం అంటారు. కాబట్టి, ఒక సరళ కోణం రెండు లంబ కోణాలు కలిగిఉంటుంది.



❖ పూర్తిభ్రమణంలో సగం భాగం సరళ కోణాన్ని ఏర్పరిస్తే, పూర్తిభ్రమణంలో ఏ భాగం లంబకోణాన్ని ఏర్పరుస్తుంది?

ఒక లంబ కోణం 'L' ఆకారాన్ని పోలి ఉంటుందని గమనించండి. ఒక కోణం ఒక సరళ కోణం లో సరిగ్గా సగం ఉంటేనే అది లంబకోణంగా ఉంటుంది. లంబ కోణాల లో కలిసే రెండు రేఖలను లంబ రేఖలు అంటారు. క్రాస్ రోడ్లపై వున్న విభజనరేఖలు లంబంగా వుంటాయి.

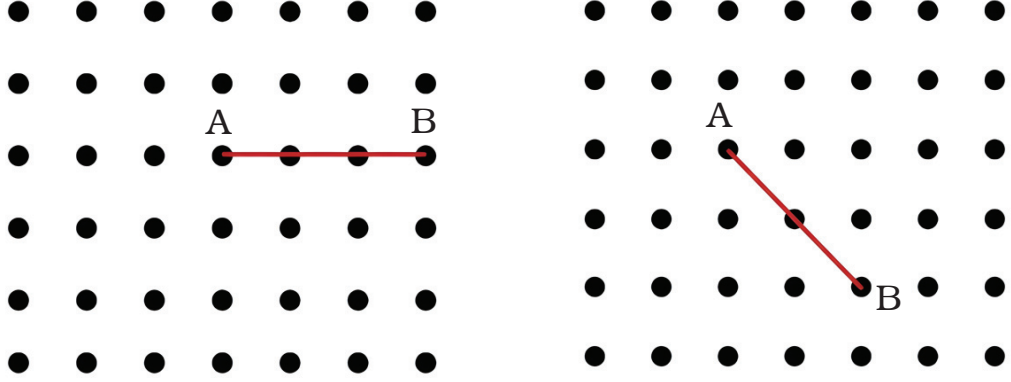


### ఆలోచించండి-చేయండి - 2.4

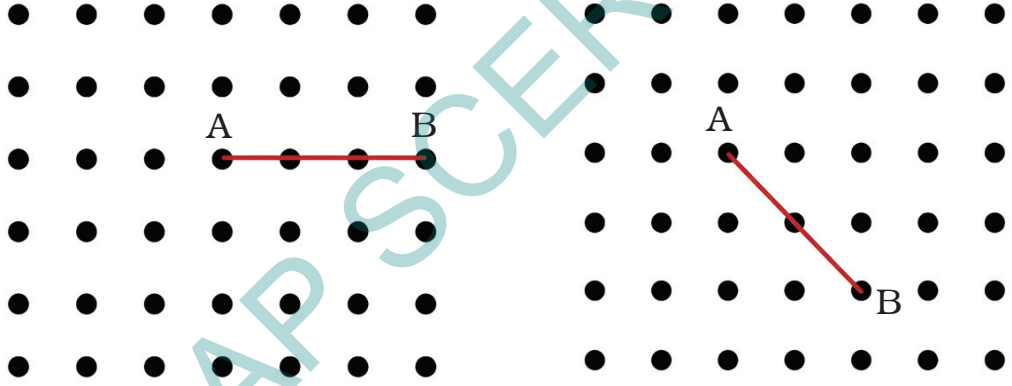
1. మీ తరగతి గది కిటికీలు ఎన్ని లంబకోణాలను కలిగి ఉంటాయి? మీ తరగతి గదిలో ఇతర

లంబ కోణాలను మీరు చూస్తున్నారా?

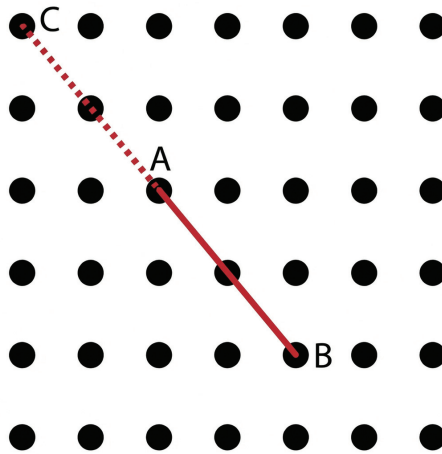
2. సరళ కోణాన్ని పొందడం కొరకు పటంలోని ఇతర గ్రిడ్ పాయింట్లకు సరళరేఖ ద్వారా A ని జోడించండి.  
దీన్ని చేయడానికి అన్ని విభిన్న మార్గాలు ఏమిటి?



3. ఇప్పుడు లంబ కోణాన్ని పొందడం కొరకు పటంలోని ఇతర గ్రిడ్ పాయింట్లకు సరళరేఖ ద్వారా A ని జోడించండి. దీన్ని చేయడానికి అన్ని విభిన్న మార్గాలు ఏమిటి?



సూచన: దిగువ పటంలో చూపించిన విధంగా రేఖను మరింత విస్తరించండి. A వద్ద లంబకోణం పొందాలంటే మనం దాని గుండా ఒక రేఖను గీయాలి, ఇది సరళ కోణం  $\angle CAB$  ను రెండు సమాన భాగాలుగా విభజిస్తుంది.



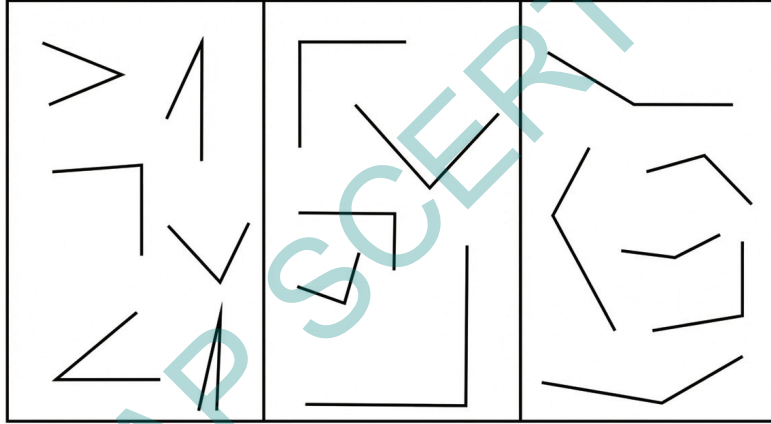
4. కాగితం మీద వాలుగా ఉండే మడత పొందండి. ఇప్పుడు, వాలుగా ఉన్న మడతకు లంబంగా ఉండే మరొక మడతని పొందడానికి ప్రయత్నించండి.

ఎ. ఇప్పుడు మీ వద్ద ఎన్ని లంబకోణాలు ఉన్నాయి? కోణాలు సరిగ్గా లంబకోణాలు ఎందుకు? సమర్థించండి.

బి. మీరు కాగితాన్ని ఎలా మడత పెట్టారో వివరించండి, తద్వారా ప్రక్రియ తెలియని ఇతర వ్యక్తులు లంబకోణాన్ని పొందడానికి మీ వివరణను అనుసరించవచ్చు.

### కోణాలను వర్గీకరించడం

క్రింద చూపిన విధంగా కోణాలను మూడు గ్రూపులుగా వర్గీకరించారు. రెండవ సమూహంలో లంబ కోణాలు చూపబడతాయి. ఇతర రెండు సమూహాల యొక్క సాధారణ లక్షణం ఏమిటి?



మొదటి సమూహంలో, అన్ని కోణాలు లంబకోణం కంటే తక్కువగా ఉంటాయి లేదా మరో మాటలో చెప్పాలంటే, పావు భ్రమణం కంటే తక్కువగా ఉంటాయి. అటువంటి కోణాలను అల్ప (లఘు) కోణాలు అని పిలుస్తారు.

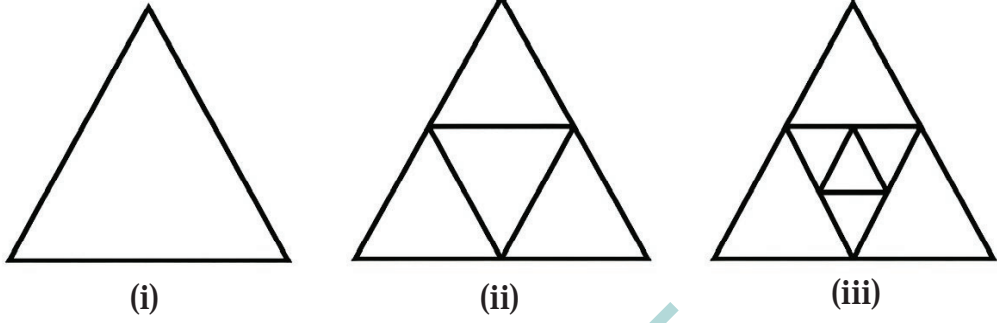
మూడవ సమూహంలో, అన్ని కోణాలు లంబకోణం కంటే పెద్దవి కాని సరళ కోణం కంటే తక్కువగా ఉంటాయి. భ్రమణం పావు వంతు కంటే ఎక్కువ మరియు సగం కంటే తక్కువ భ్రమణం. అటువంటి కోణాలను అధిక(గురు) కోణాలు అంటారు.



### ఆలోచించండి-చేయండి - 2.5

1. ముందు చిత్రంలో అల్ప, లంబ, అధిక మరియు సరళ కోణాలను గుర్తించండి.
2. కొన్ని అల్పకోణాలు మరియు కొన్ని అధిక కోణాలను రూపొందించండి. వాటిని విభిన్న దిశలలో గీయండి.

3. అల్ప (**acute**) మరియు అధిక (**obtuse**) పదాల అర్థం మీకు తెలుసా? **acute** అంటే పదునైనది మరియు **obtuse** అంటే మొద్దుబారినది (పదునలేనిది). ఈ పదాలను ఎందుకు ఎంచుకున్నారని మీరు అనుకుంటున్నారు?
4. దిగువ ప్రతి పటంలో అల్పకోణాల సంఖ్యను కనుగొనండి.

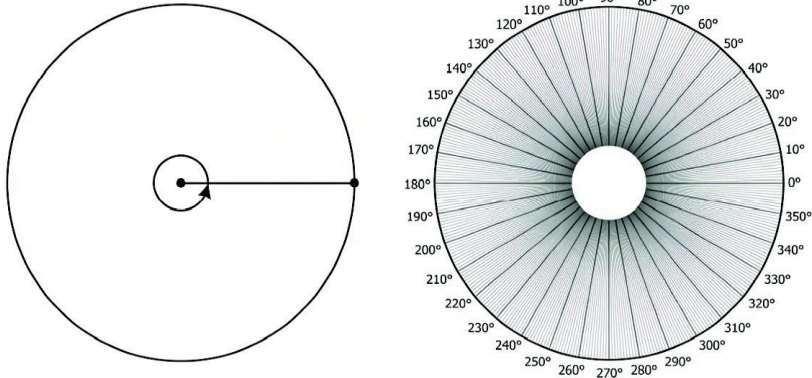


తదుపరి పటం ఏమిటి? ఆ పటానికి ఎన్ని అల్పకోణాలు ఉంటాయి? అంకెలలో ఏదైనా నమూనాను మీరు గమనించారా?

## 2.9 కోణాలను కొలవడం

రెండు కోణాలను ఎలా పోల్చుకోవాలో చూశాం. కానీ ఒక కోణం ఎంత పెద్దదో, మరో కోణంతో పోల్చాల్సిన అవసరం లేకుండా ఒక సంఖ్యను ఉపయోగించి మనం లెక్కించగలమా?

ఒక వృత్తాన్ని ఉపయోగించి వివిధ కోణాలను ఎలా పోల్చవచ్చో మనం చూశాము. కోణాలకు కొలతలను కేటాయించడానికి బహుశా వృత్తాన్ని ఉపయోగించవచ్చా?

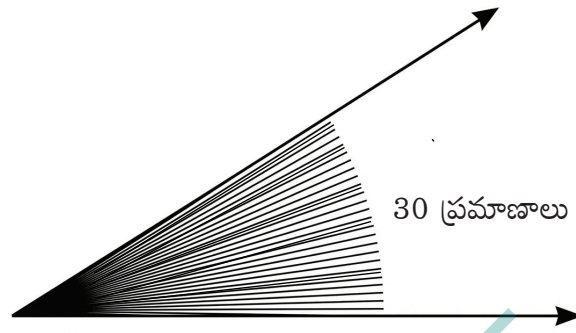


పటం 2.12

కోణాలకు ఖచ్చితమైన కొలతలను కేటాయించడానికి, గణిత శాస్త్రవేత్తలు ఒక ఆలోచనకు వచ్చారు, వారు వృత్తం మధ్యలో ఉన్న కోణాన్ని

360 సమాన కోణాలు లేదా భాగాలుగా విభజించారు. ఈ యూనిట్ భాగాల యొక్క ప్రతి కోణం కొలత 1 డిగ్రీ, ఇది  $1^\circ$  గా వ్రాయబడుతుంది.

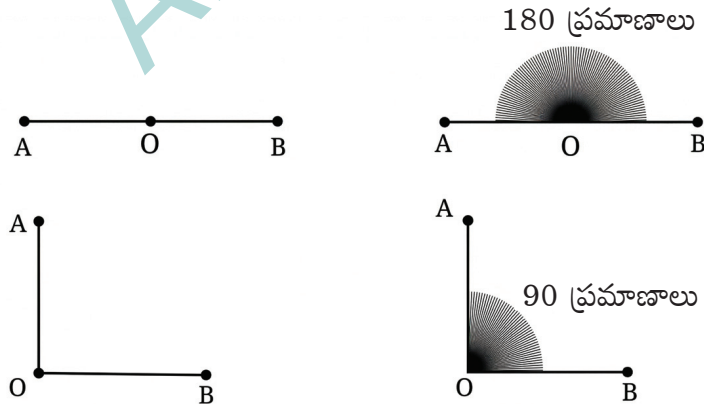
ఏదైనా కోణానికి కొలతను కేటాయించడానికి ఈ యూనిట్ భాగాన్ని ఉపయోగిస్తారు: ఒక కోణం యొక్క కొలత అంటే దాని లోపలవున్న  $1^\circ$  యూనిట్ భాగాల సంఖ్య. ఉదాహరణకు, ఈ పటం చూడండి:



ఇది  $1^\circ$  కోణం యొక్క 30 యూనిట్లను కలిగి ఉంది, అందువల్ల దాని కోణకొలత  $30^\circ$  అని మనం అంటాము.

**వివిధ కోణాల కొలతలు:** డిగ్రీలలో పూర్తి మలుపు (భ్రమణం) యొక్క కొలత ఏమిటి? మనం దీనిని 360 డిగ్రీలుగా తీసుకున్నందున, దాని కొలత  $360^\circ$ .

❖ డిగ్రీలలో సరళ కోణం యొక్క కొలత ఎంత? సరళ కోణం అనేది సగం పూర్తి మలుపు. పూర్తి మలుపు  $360^\circ$ , సగం మలుపు  $180^\circ$ . డిగ్రీలలో లంబకోణం యొక్క కొలత ఎంత? రెండు లంబ కోణాలు కలిసి ఒక సరళ కోణాన్ని ఏర్పరుస్తాయి. ఒక సరళ కోణం  $180^\circ$  కొలుస్తుంది, ఒక లంబకోణం  $90^\circ$  కొలుస్తుంది.

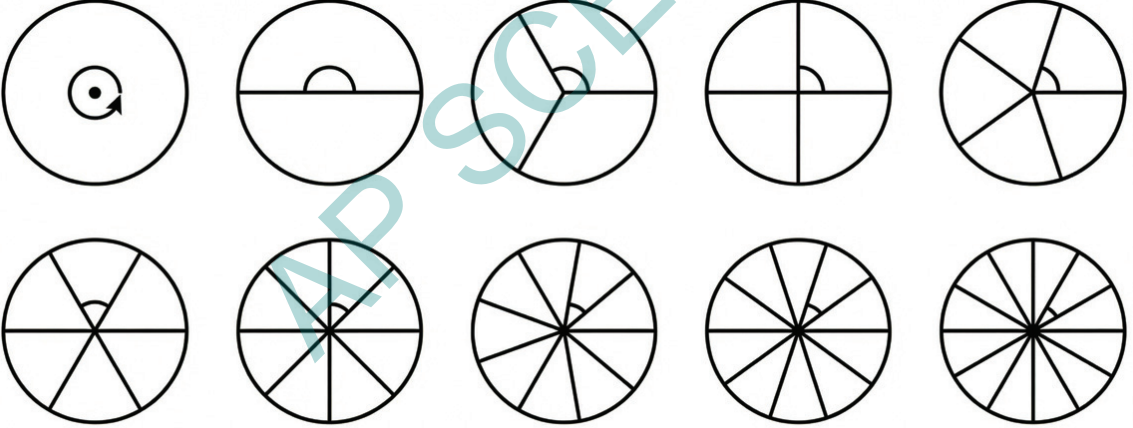


### చరిత్రలో గణితం

ఒక పూర్తి భ్రమణం లేదా వృత్తం 360 డిగ్రీలు కలిగి ఉంటుంది. 360 ఎందుకు ఎంపిక చేయబడింది? ఋగ్వేదం 360 చువ్వలతో చక్రం గురించి అత్యంత పురాతన వచనం తెలియజేస్తుంది. భారతదేశం, పర్షియా, బాబిలోనియా మరియు ఈజిప్ట్ యొక్క పురాతన క్యాలెండర్ల సంవత్సరంలో 360 రోజులు ఉన్నాయి.

బాబిలోనియన్ను వారి లెక్కింపులో 60 మరియు 360 సంఖ్యలను ఉపయోగించారు. గణిత శాస్త్రజ్ఞులు 360 ని ఉపయోగించడం కొనసాగించారు, ఎందుకంటే ఇది 1 నుండి 10 వరకు (7 తో కాకుండా) అన్ని సంఖ్యలతో ఖచ్చితంగా విభజించబడే అతి చిన్న సంఖ్య. 360 సంఖ్య 12 తో (ఒక సంవత్సరంలో నెలల సంఖ్య) మరియు 24 తో (ఒక రోజులో గంటల సంఖ్య) కూడా ఖచ్చితంగా విభజించబడుతుందని గమనించండి. ఇది వృత్తాన్ని సమాన భాగాలుగా విభజించడాన్ని సులభం చేస్తుంది. ప్రతి భాగాన్ని డిగ్రీ అంటారు.

❖ ఈ వృత్తం క్రింద చూపిన విధంగా 1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 10 మరియు 12 సమాన భాగాలుగా విభజించబడింది. ఫలిత కోణాల యొక్క డిగ్రీ కొలతలు ఏమిటి? సూచించిన కోణాల దగ్గర డిగ్రీ కొలతలను రాయండి.



**వివిధ కోణాల డిగ్రీ కొలతలు**

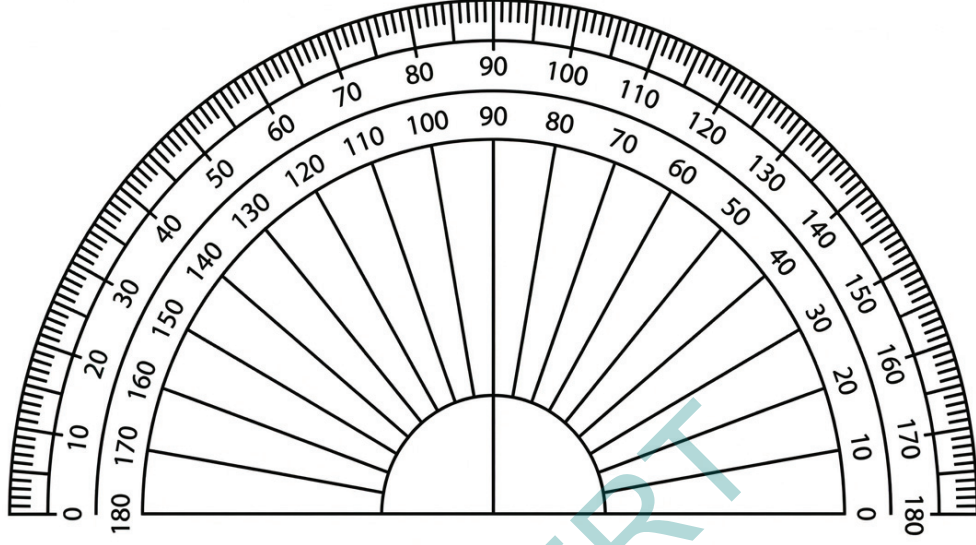
డిగ్రీలలో ఇతర కోణాలను ఎలా కొలవగలం? ఇందుకోసం మన దగ్గర కోణమానిని (Protractor)

అనే పరికరం ఉంది. అంటే పటం 2.12 లో చూపించిన విధంగా 360 సమాన భాగాలుగా విభజించబడిన

వృత్తం లేదా 180 సమాన భాగాలుగా విభజించబడిన అర్థవృత్తం.

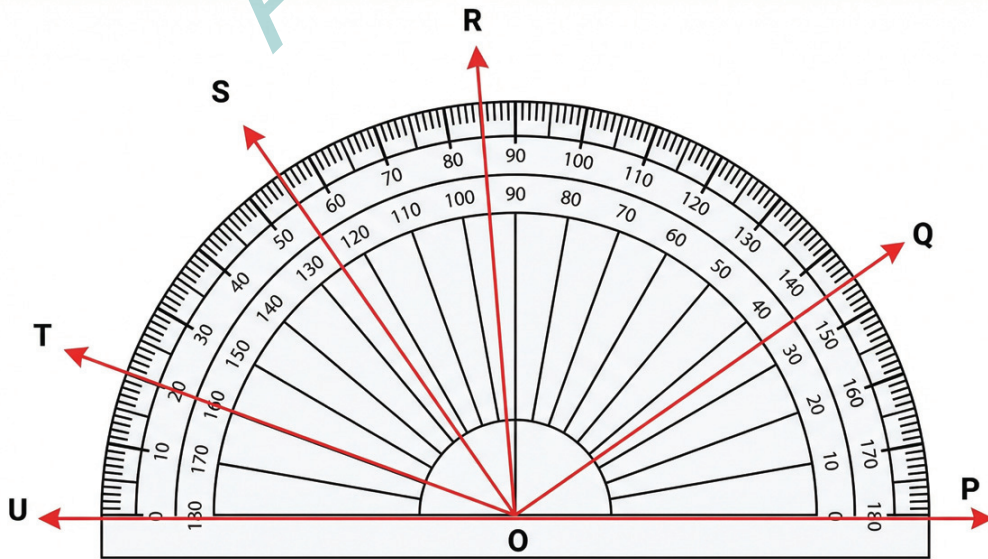
## కోణమానిని

కోణమానిని ఇది మీ జ్యామితి పెట్టెలో మీరు కనుగొనే ఒక పరికరం. దీనిని కోణాల కొలతలను కొలవడానికి ఉపయోగిస్తారు.



కోణమానిని పై రెండు జతల సంఖ్యలు ఉన్నాయి: ఒకటి కుడి నుండి ఎడమకు పెరుగుతుంది మరియు మరొకటి ఎడమ నుండి కుడికి పెరుగుతుంది. ఇందులో రెండు జతల సంఖ్యలు ఎందుకు ఉంటాయి?

- ✿ పటంలోని వివిధ కోణాలను పేర్కొనండి మరియు వాటి కొలతలను రాయండి.



మీరు  $\angle TOQ$  వంటి కోణాలను చేర్చారా?

మీరు లోపలి లేదా బయటి గుర్తుల జతలలో ఏ జత గుర్తులను ఉపయోగించారు?

$\angle TOS$  యొక్క కొలత ఏమిటి?

గుర్తుల సంఖ్యను లెక్కించకుండా కోణాన్ని కనుగొనడానికి గుర్తుచేయబడ్డ సంఖ్యలను మీరు ఉపయోగించగలరా?

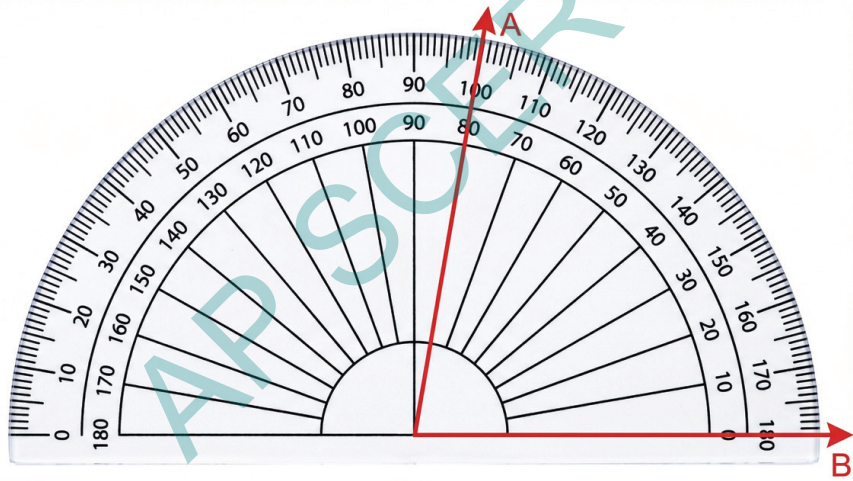
ఇక్కడ,  $OT$  మరియు  $OS$  బాహ్య స్కేలుపై 20 మరియు 55 సంఖ్యల గుండా వెళతాయి. వీటి రెండు భుజాల మధ్య 1డిగ్రీ యొక్క ఎన్ని యూనిట్లు ఉన్నాయి?

తీసివేతను ఇక్కడ ఉపయోగించవచ్చా?

**తీసివేత లేకుండా కోణాలను నేరుగా ఎలా కొలవగలం?**

కోణమానిని యొక్క కేంద్రం కోణం యొక్క శీర్షం పై ఉండేలా ఉంచండి .

ఒక భుజం  $0^\circ$  ల గుండా వెళ్ళేలా కోణమానిని సమలేఖనం చేయండి. క్రింద వున్న చిత్రంలో వున్నట్లుగా గుర్తించండి.



$\angle AOB$  యొక్క డిగ్రీ కొలత ఏమిటి?

మీ స్వంత కోణమానిని ను తయారు చేసుకోండి!

ఒక కోణమానిని పై సమాన దూరం లో వేర్వేరు గుర్తులు ఎలా ఉంచబడ్డాయో చూసి మీరు ఆశ్చర్యపోయి ఉండవచ్చు. వాటిలో కొన్నింటిని ఎలా తయారు చేయాలో మనం ఇప్పుడు చూద్దాం!

1. ఒక కాగితంపై అనుకూల వ్యాసార్థం గల వృత్తాన్ని గీయండి. వృత్తాన్ని కత్తిరించండి (పటం 2.13). ఒక వృత్తం లేదా ఒక పూర్తి మలుపు  $360^\circ$ .
2. రెండు సమాన అర్ధ భాగాలను పొందడానికి వృత్తాన్ని మడిచి, అర్ధవృత్తం పొందడానికి మడత గుండా కత్తిరించండి. అర్ధవృత్తం యొక్క దిగువ కుడి మూలలో  $0^\circ$  అని రాయండి.



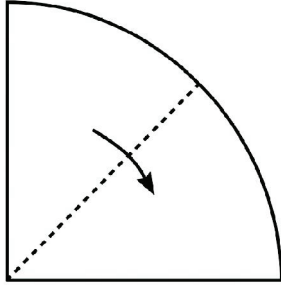
పటం 2.13

<p>పటం 2.14</p>	<p>సగం వృత్తం యొక్క కొలత = పూర్తి మలుపులో <math>\frac{1}{2}</math> వభాగం (పటం 2.14) కాబట్టి, సగం మలుపు యొక్క కొలత = <math>\frac{1}{2} \times \underline{\hspace{1cm}} = 180^\circ</math>. కావున, అర్ధవృత్తం యొక్క విడమ దిగువ మూలలో <math>180^\circ</math> వ్రాయండి.</p>	<p>180 ప్రమాణాలు</p>
-----------------	---	----------------------

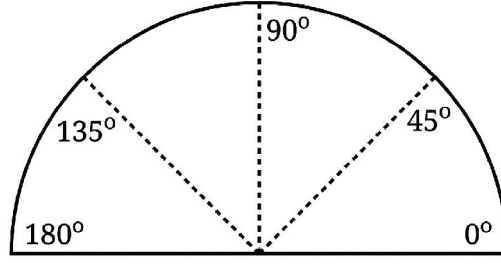
3. పటం 2.15లో చూపించిన విధంగా అర్ధ వృత్తాకార షీట్ ను సగానికి మడిచి పావు వృత్తాన్ని ఏర్పరుచుకోండి.

<p>పటం 2.15</p>	<p>పావు వృత్తం యొక్క కొలత = పూర్తి మలుపులో <math>\frac{1}{4}</math> వభాగం <math>\frac{1}{4}</math> పూర్తి మలుపు కొలత = <math>\frac{1}{4} \times 360^\circ = \underline{\hspace{1cm}}</math>. లేదా, <math>\frac{1}{4} \times</math> పూర్తి మలుపు కొలత = <math>\frac{1}{2} \times</math> సగం మలుపు = <math>\frac{1}{2} \times 180^\circ = \underline{\hspace{1cm}}</math>. అంటే <math>90^\circ</math> లను అర్ధవృత్తం పైభాగంలో గుర్తించింది.</p>	<p>90 ప్రమాణాలు</p>
-----------------	---	---------------------

4. పటాలు 2.16 మరియు 2.17 లో చూపిన విధంగా కాగితం ను ఘట్టి మడవండి :



పటం 2.16

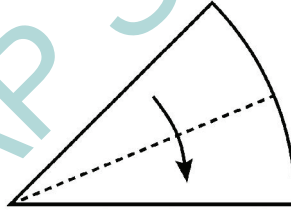


పటం 2.17

మడత పెట్టినప్పుడు, ఇది  $\frac{1}{8}$  వృత్తం, లేదా  $\frac{1}{8}$  ఒక పూర్తిమలుపు, లేదా  $\frac{1}{8} \times 360^\circ$  లేదా  $\frac{1}{4} \times 180^\circ$  లేదా  $\frac{1}{2} \times 90^\circ = \underline{\hspace{2cm}}$

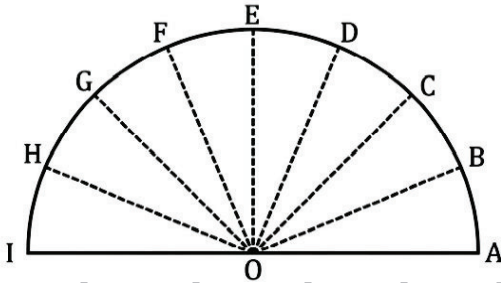
కొత్తగా ఏర్పడిన మడతలు మనకు  $45^\circ$  కొలతలను ఇస్తాయి మరియు  $180^\circ - 45^\circ = 135^\circ$  చూపించిన విధంగా  $45^\circ$  మరియు  $135^\circ$  అర్థ వృత్తం అంచు వెంబడి కొత్త మడతల పై సరైన ప్రదేశాలలో రాయండి.

5. పటం 2.18 చూపిన విధంగా మరో సగం మడతలతో కొనసాగిస్తూ, \_\_\_\_\_ కొలత కోణాన్ని మనం పొందుతాము.

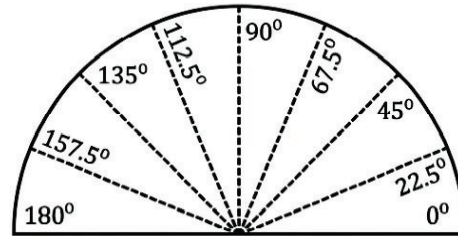


పటం 2.18

6. ఈ క్రింది విధంగా మడతలను OB, OC, ....., మొదలైనవిగా విడదీయండి మరియు పటం 2.19 మరియు పటం 2.20లో చూపించినట్లు గుర్తించండి.



పటం 2.19



పటం 2.20

✿ ఆలోచించండి!

పటం 2.20లో మనకు ఇవి ఉన్నాయి.  $\angle AOB = \angle BOC = \angle COD = \angle DOE = \angle EOF = \angle FOG = \angle GOH = \angle HOI = \underline{\hspace{2cm}}$ . ఎందువల్ల?

● కోణ సమద్విఖండన రేఖ ●

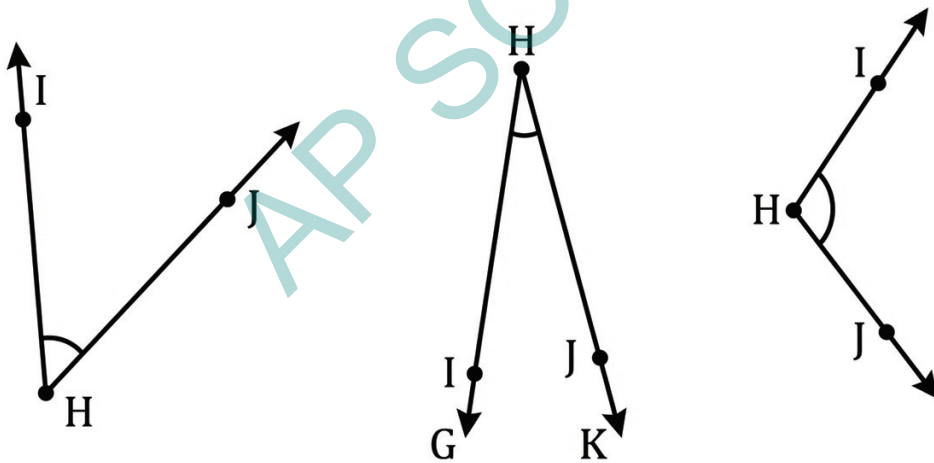
ప్రతి దశలో మనం సగానికి మడిచి ఇవ్వబడ్డ కోణం యొక్క సగభాగాన్ని పొందే ఈ ప్రక్రియను కోణ సమద్విఖండనం అంటారు. ఇవ్వబడ్డ కోణాన్ని రెండు సమాన భాగాలుగా విభజించే రేఖను కోణ సమద్విఖండన రేఖ అంటారు.

మీ చేతితో తయారుచేసిన కోణమానిని లోని కోణ సమద్విఖండనరేఖలను గుర్తించండి. పేపర్ మడవడం ద్వారా కోణ సమద్విఖండనరేఖ అనే భావనను ఉపయోగించి విభిన్న కోణాలను రూపొందించడానికి ప్రయత్నించండి.



ఆలోచించండి-చేయండి - 2.6

1. మీ కోణమానిని ఉపయోగించి ఈ క్రింది కోణాల యొక్క కొలతలను డిగ్రీలలో కనుగొనండి.

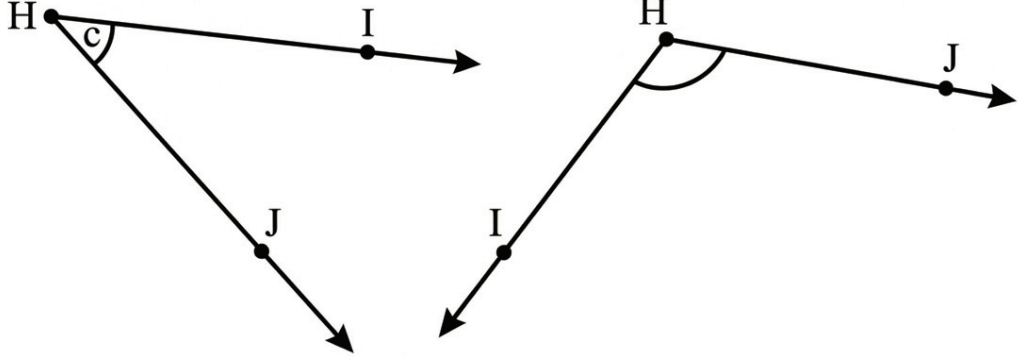


2. మీ కోణమానిని ఉపయోగించి మీ తరగతి గదిలోని వివిధ కోణాల యొక్క కొలతలను డిగ్రీలలో కనుగొనండి.

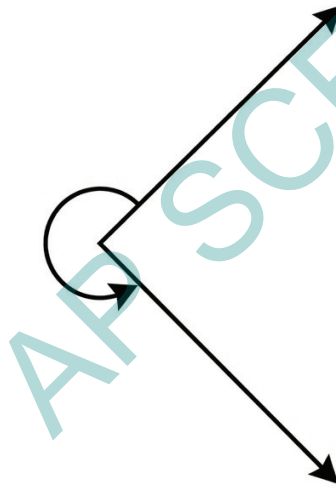
ఉపాధ్యాయులకు గమనిక

విదార్థులు తమ సొంత కోణమానిని తయారు చేసి, ప్రామాణిక కోణమానిని ని ఉపయోగించే ముందు వివిధ కోణాలను కొలవడానికి ఉపయోగించడం చాలా ముఖ్యం, తద్వారా వారు ప్రామాణిక కోణమానిని యొక్క మార్కింగ్ వెనుక ఉన్న భావనను తెలుసుకుంటారు.

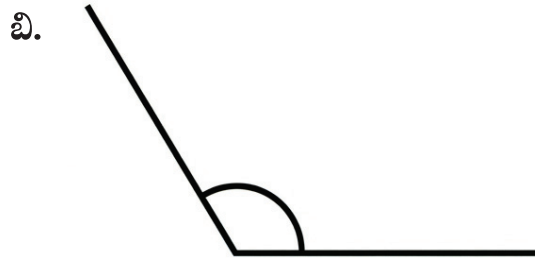
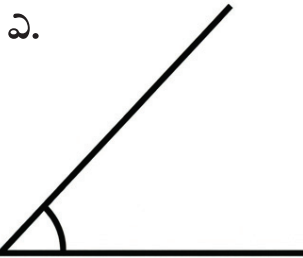
3. దిగువ ఇవ్వబడ్డ కోణాలు  $\angle IHJ$  కొలతలను డిగ్రీలలో కనుగొనండి. మీ పేపర్ కోణమానిని ఇక్కడ ఉపయోగించవచ్చో లేదో తనిఖీ చేయండి!

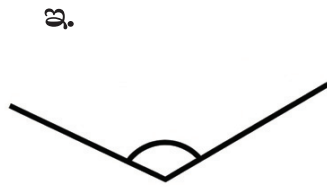
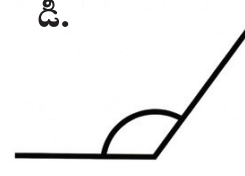
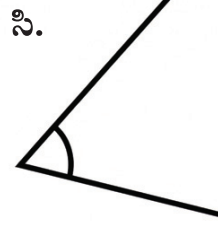


4. కోణమానిని ఉపయోగించి దిగువ ఇవ్వబడ్డ కోణం యొక్క కొలతను డిగ్రీలలో మీరు ఏవిధంగా కనుగొనవచ్చు?

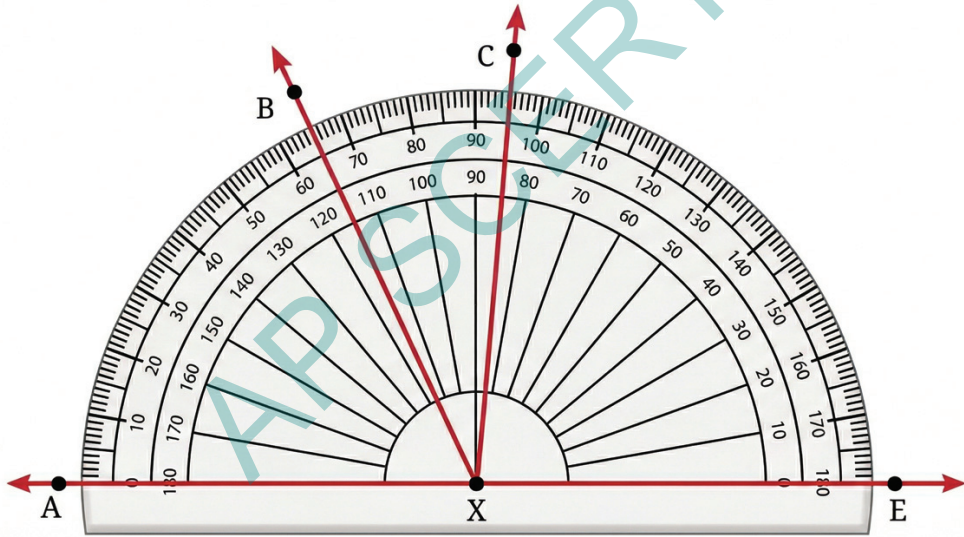


5. ఈ క్రింది ప్రతి కోణం కొలతలను డిగ్రీలలో కొలవండి మరియు రాయండి:

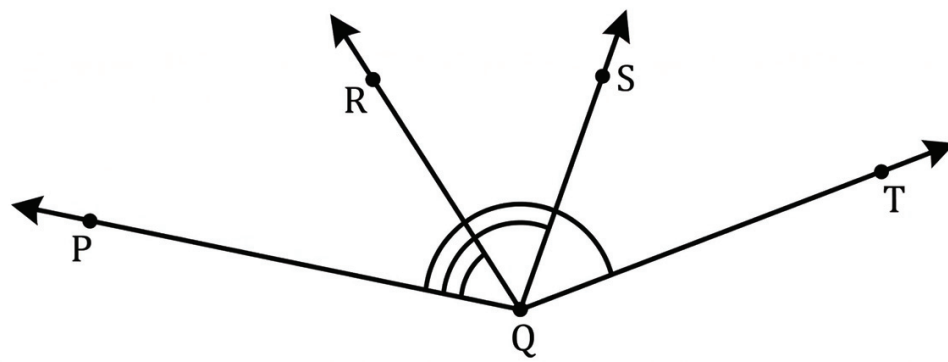




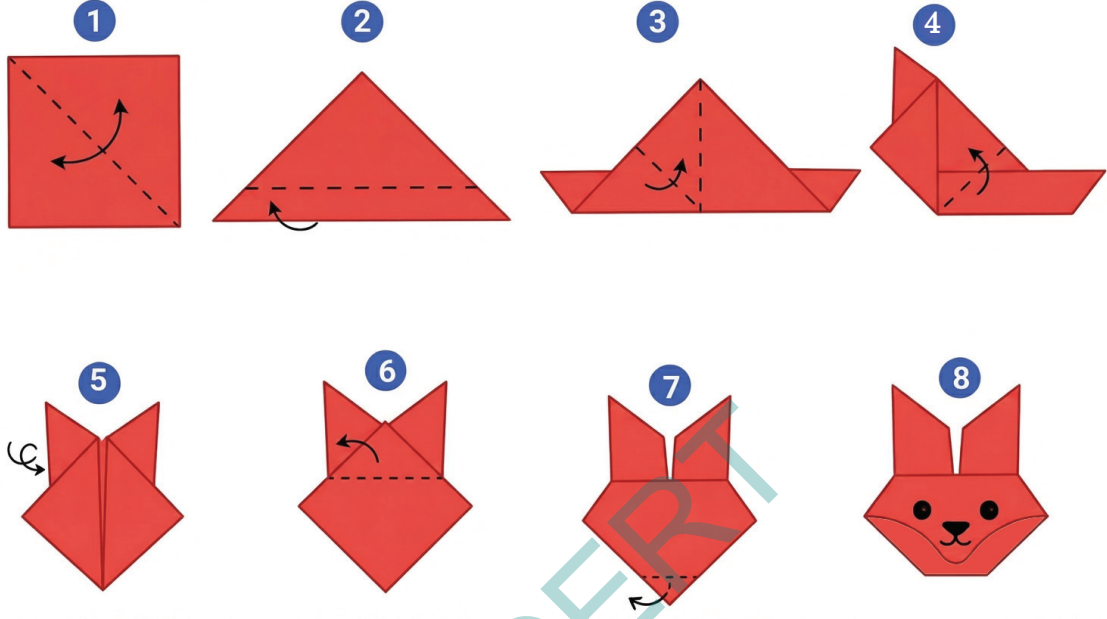
6.  $\angle BXE$ ,  $\angle CXE$ ,  $\angle AXB$  మరియు  $\angle BXC$  యొక్క కొలతలను డిగ్రీలలో కనుగొనండి.



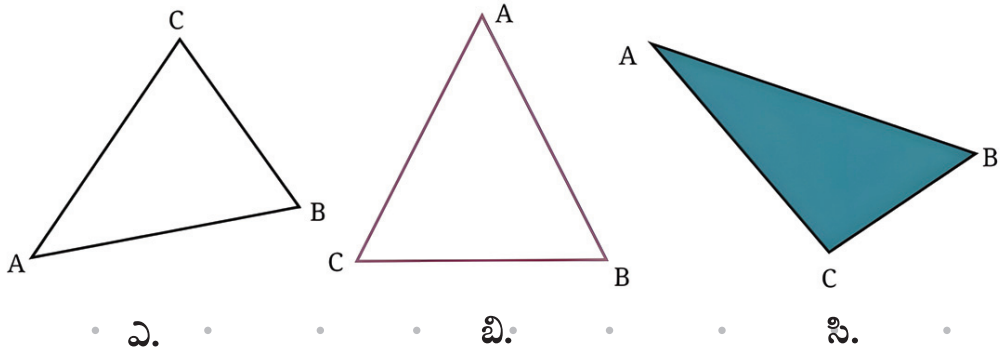
7.  $\angle PQR$ ,  $\angle PQS$  మరియు  $\angle PQT$  యొక్క కొలతలను డిగ్రీలలో కనుగొనండి.



8. ఇవ్వబడ్డ సూచనలకు అనుగుణంగా కాగితపు బొమ్మను తయారు చేయండి. తరువాత, కాగితాన్ని పూర్తిగా తెరవండి. చేసిన మడతలపై రేఖలను గీయండి మరియు ఏర్పడిన కోణాలను కొలవండి.



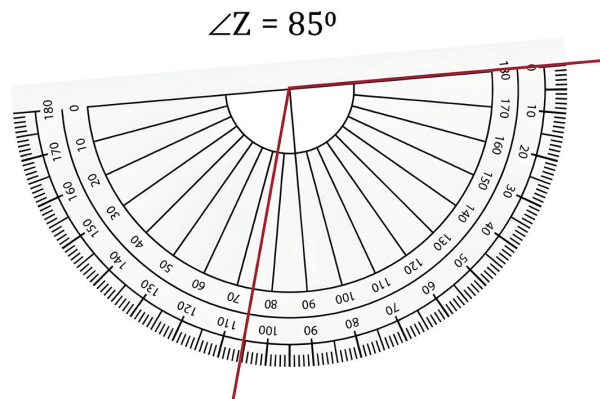
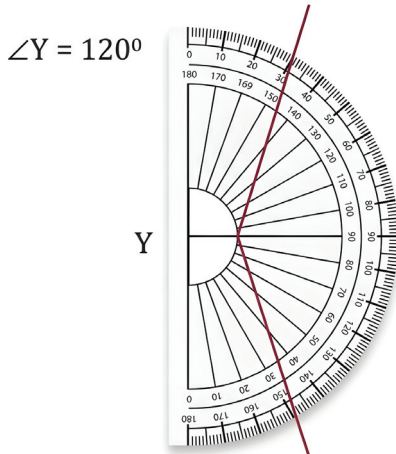
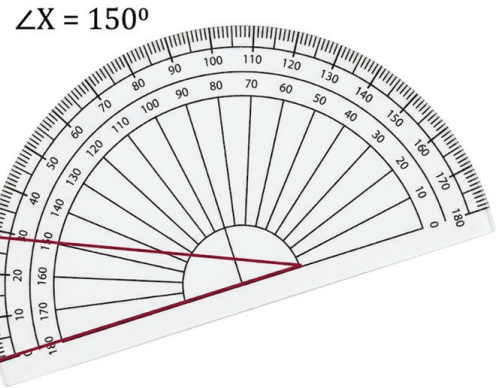
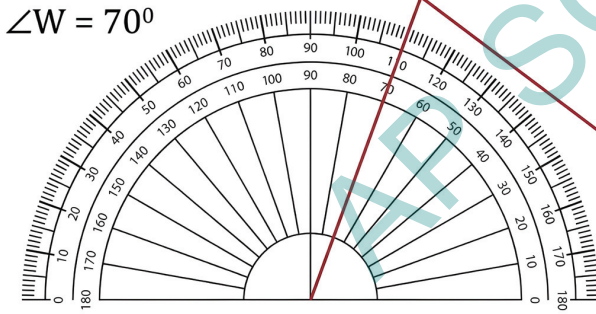
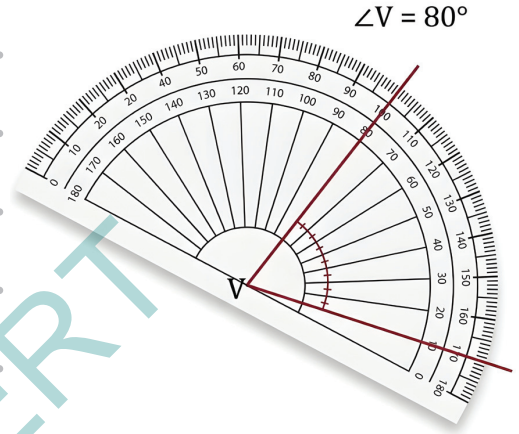
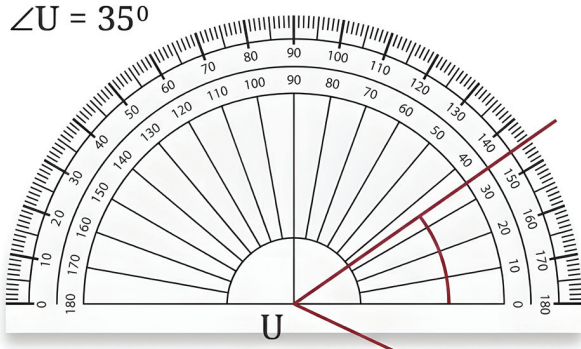
9. పటం 2.21 (ఎ)లో చూపించిన త్రిభుజం యొక్క మూడు కోణాలను కొలవండి మరియు సంబంధిత కోణాల దగ్గర కొలతలను రాయండి. ఇప్పుడు మూడు కొలతలను కలపండి. మీకు ఏమి లభిస్తుంది? పటం 2.21 (బి) మరియు (సి) లోని త్రిభుజాలకు కూడా ఇదే విధంగా చేయండి. ఇతర త్రిభుజాల కోసం కూడా ప్రయత్నించండి; ఆ పై సాధారణంగా ఏమి జరుగుతుందో ఊహించండి! ఇది ఎందుకు జరుగుతుందో తరువాతి తరగతులలో మనం నేర్చుకుంటాము.



పటం 2.21

తప్పును గమనించండి, తప్పును సరిదిద్దండి !

క్రింద చూపిన విధంగా కోణాలను కొలవడానికి ఒక విద్యార్థి కోణమానిని ఉపయోగించాడు. ప్రతి పటంలో, కోణమానిని తప్పుగా ఉపయోగించడాన్ని గుర్తించండి మరియు కొలత ఎలా కొలవవచ్చో చర్చించండి మరియు దానిని ఎలా సరిదిద్దవచ్చో ఆలోచించండి.

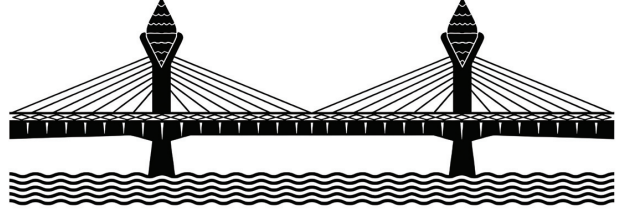


## నిజ ప్రపంచంలో కోణాలు

### ఆర్కిటెక్చర్ మరియు నిర్మాణం

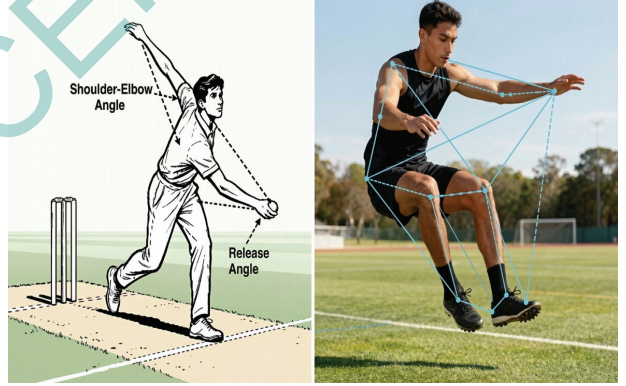
సురక్షితమైన క్రియాత్మక భవనాలు మరియు మౌలిక సదుపాయాలను రూపొందించడానికి కోణాలు మరియు రేఖలు ఉపయోగించబడతాయి. పైకప్పు వాలులు, గోడలు, కిటికీలు మరియు తలుపుల కోసం వాస్తూ శిల్పులు ఖచ్చితమైన కోణాలను ఉపయోగించి డ్రైనేజీ, స్థిరత్వం మరియు సౌందర్య ఆకర్షణను నిర్ధారిస్తారు. వస్తు సామగ్రి, మెట్లు, వంతెనలు లేదా ప్రాథమిక గది మూలాలను ప్రణాళిక చేసేటప్పుడు వడ్రంగులు మరియు ఇంజనీర్లు కోణ కొలతలపై ఆధారపడతారు.

దుర్గం చెరువు  
కేబుల్ బ్రిడ్జ్



### కళ, డిజైన్ మరియు క్రీడలు

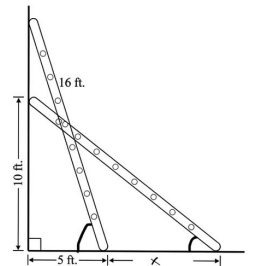
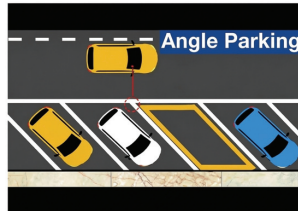
కళాకారులు మరియు డిజైనర్లు తమ పనిలో లోతు, దృక్పథం మరియు దృశ్య సమతుల్యతను అభివృద్ధి చేయడానికి కోణాలను ఉపయోగిస్తారు. కోణాలు కూర్పుకు పునాదిని అందిస్తాయి. వీక్షకుడి దృష్టిని నడిపిస్తాయి. మరియు రంగులు వేయుట, శిల్పాలు లేదా ఉత్పత్తి రూపకల్పనలో, ఆకారాలను ఆకృతి చేయడంలో సహాయపడతాయి. అద్దెట్లు పనితీరును మెరుగు పరుచుకోవడానికి, బంతి విసరడానికి, బలంగా కొట్టడానికి మరియు కదలికల కోసం కోణాలను పరిగణిస్తారు.



### రోజువారి కార్యకలాపాలు

రోజువారి వస్తువులు మరియు పనులలో కోణాలను మరియు రేఖలను మనం చూడవచ్చు.

- గడియారంలోని ముళ్ళు రోజంతా కోణాలను ఏర్పరుస్తాయి.
- తలుపులు తెరవడం, పుస్తకాలు తెరవడం లేదా మడత పెట్టే వస్తువులు కోణాలను కలిగి ఉంటాయి.
- వాహనాలను పార్కింగ్ చేయడం లేదా గోడలకు వ్యతిరేకంగా నిచ్చేనలను అమర్చడం మొదలగు వాటన్నింటికి కోణం గురించి అవగాహన అవసరం.





## ఆలోచించండి-చేయండి - 2.7

1. గడియారంలోని కోణాలు:

ఎ. గడియారం యొక్క ముల్లులు వేర్వేరు సమయాల్లో వేర్వేరు

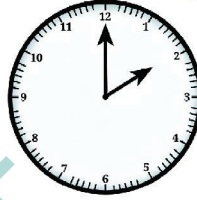
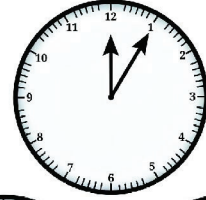
కోణాలను ఏర్పరుస్తాయి. 1 గంటలకు, ముల్లుల మధ్య

కోణం  $30^\circ$  ఉంటుంది. ఎందువల్ల?

బి. 2 గంటలకు కోణం ఎంత వుంటుంది? మరియు

4 గంటలకు? 6 గంటలకు కోణం ఎంత ఉంటుంది?

సి. గడియారం యొక్క ముల్లుల ద్వారా ఏర్పడిన ఇతర కోణాలను అన్వేషించండి.



2. ఒక తలుపు యొక్క కోణం:

ఒక కోణాన్ని ఉపయోగించి తలుపు తెరిచిన

మొత్తాన్ని వ్యక్తీకరించడం సాధ్యమేనా?

కోణం యొక్క శీర్షం ఏమిటి? మరియు

కోణం యొక్క భుజాలు ఏమిటి?



3. విద్య ఊయల పై తన సమయాన్ని ఆస్వాదిస్తోంది.

ఆమె ఊయలను ఎంత ఎక్కువ కోణంతో

ప్రారంభిస్తే, తన ఊయల పై ఆమె సాధించే వేగం

అంత ఎక్కువగా ఉంటుందని ఆమె గమనించింది.

అయితే ఆ కోణం ఎక్కడుంది? మీరు ఏ కోణం

అయినా చూడగలుగుతున్నారా?



4. ఇక్కడ చివరలకు వాలుగా వుండే స్లాబులు జతచేయబడిన ఒక్క బొమ్మ ఉంది. స్లాబ్ ల యొక్క కోణాలు లేదా వాలులు ఎంత ఎక్కువగా ఉంటే, బంతులు అంత వేగంగా తిరుగుతాయి. స్లాబ్ ల యొక్క వాలులను వివరించడానికి కోణాలను ఉపయోగించవచ్చా? ప్రతి కోణం యొక్క భుజాలు ఏమిటి? ఏ భుజం కనిపిస్తుంది? ఏది కనిపించదు?



5. ఒక కీటకం, ఉన్న చోట మరియు అది భ్రమణం చేసేటప్పుడు ఉన్న చిత్రాలను క్రింద గమనించండి. భ్రమణ పరిమాణాన్ని వివరించడానికి కోణాలను ఉపయోగించవచ్చా? ఎలా? కోణం మరియు శీర్షం యొక్క భుజాలు ఎలా ఉంటాయి?

సూచన: కీటకాలను తాకే సమాంతర రేఖను గమనించండి.



#### ఉపాధ్యాయులకు గమనిక

విద్యార్థులు తమ దైనందిన జీవితంలో ప్రతి గణిత భావన యొక్క అనువర్తనాన్ని చూడటం చాలా ముఖ్యం. వాస్తవ జీవిత పరిస్థితులలో కోణాల యొక్క ఆచరణాత్మక అనువర్తనాలను విద్యార్థులు అభినందించగల కొన్ని కార్యకలాపాలను ఉపాధ్యాయుడు నిర్వహించవచ్చు, ఉదా: గడియారాలు, తలుపులు, ఊయలలు, పైకి మరియు క్రిందికి వెళ్ళే భావనలు, సూర్యుని స్థానం, దిశలు ఇవ్వడం మొదలైనవి.

### 2.10 కోణాలను గీయుట

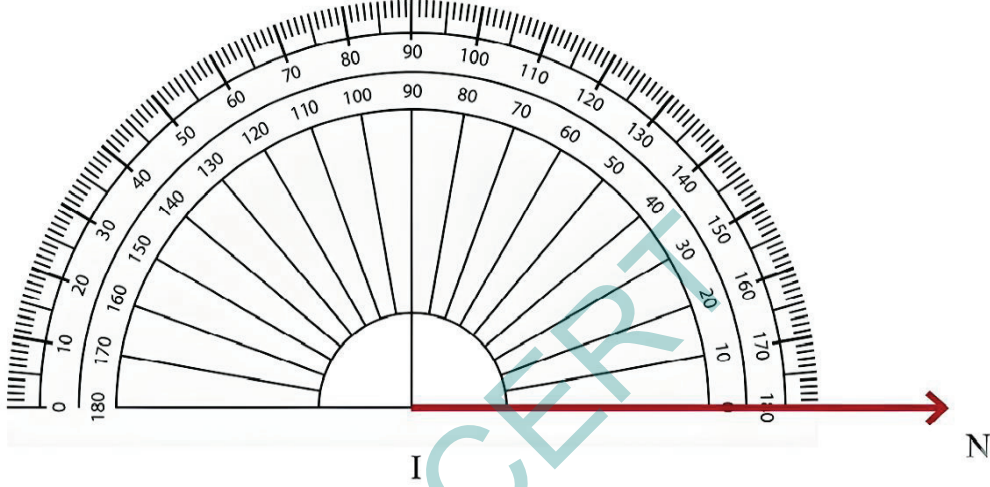
విద్య కోణమానిని ఉపయోగించి  $30^\circ$  కోణము గీసి దానికి  $\angle TIN$  అని పేరు పెట్టాలని అనుకుంటుంది.

$\angle TIN$  లో శీర్షంగా, IT మరియు IN లు కోణ భుజాలుగా ఉంటాయి. IN భుజాన్ని ఆధారంగా వుంచి, మరో భుజం IT ని  $30^\circ$  మలుపు తీసుకోవాలి.

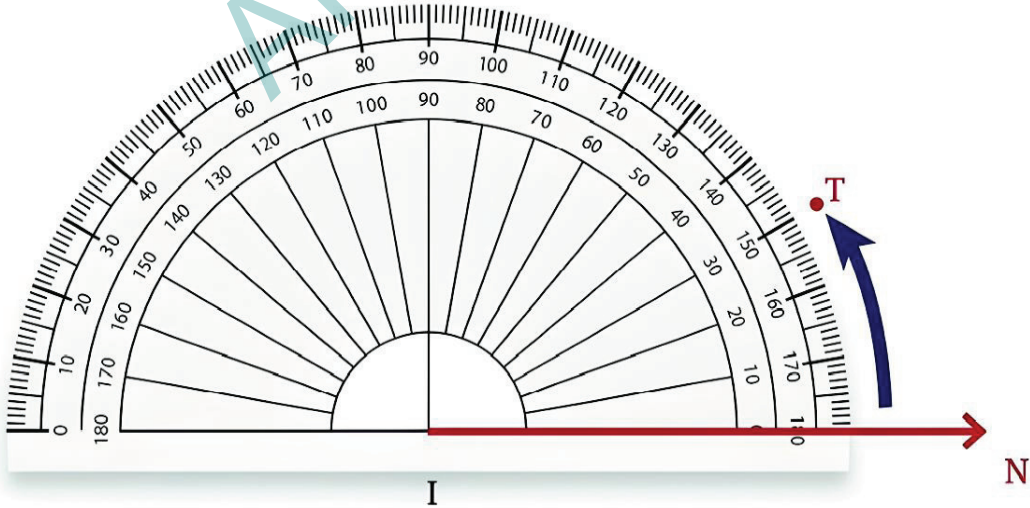
సోపానం 1: మనం ఆధారంతో ప్రారంభించి మరియు  $\vec{IN}$  ను గీస్తాము :



సోపానం 2: మనము కోణమానిని యొక్క కేంద్ర బిందువును  $I$  పై ఉంచుతాము మరియు  $IN$  ని  $0^\circ$  రేఖకు సమలేఖనం చేస్తాము.

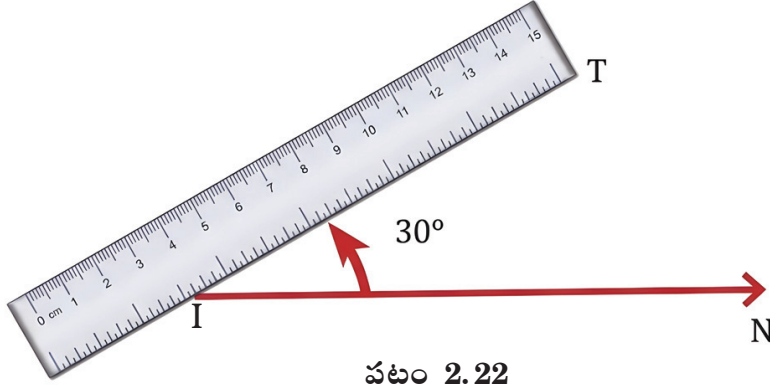


సోపానం 3: ఇప్పుడు,  $0^\circ$  నుండి ప్రారంభించి, మీ డిగ్రీలను (0, 10, 30) కోణమానిని పై  $30^\circ$  వరకు లెక్కించండి.  $30^\circ$  వద్ద బిందువు  $T$  ని గుర్తించండి.



సోపానం 4: ఒక స్ట్రేలు ని ఉపయోగించి  $I$  మరియు  $T$  అనే బిందువులని జతచేయండి.

$\angle TIN = 30^\circ$  అనేది కావలసిన కోణం.



పటం 2.22

### ✿ మనం ఒక ఆటను ఆడదాం #1

ఇది కోణం అంచనా వేసే ఆట! 1వ జట్టు మరియు 2వ జట్టు అనే రెండు జట్లను తయారు చేయడం ద్వారా మీ సహవిద్యార్థులతో కలిసి ఈ ఆటను ఆడండి. ఆట కోసం సూచనలు మరియు నియమాలు ఇక్కడ ఉన్నాయి:

- **1వ జట్టు** ఉదాహరణకు,  $49^\circ$  అనే కోణ కొలతను రహస్యంగా ఎంచుకోండి మరియు జట్టు 2 దానిని చూడకుండా కోణమానిని ఉపయోగించి ఆ కొలతతో ఒక కోణాన్ని తయారు చేయండి.
- **2వ జట్టు**: ఇప్పుడు కోణం ను చూసి వారు కోణం లోని డిగ్రీల సంఖ్యను (కోణమానిని ఉపయోగించకుండా!) త్వరగా చర్చించి అంచనా వేయాలి.
- **1వ జట్టు**: ఇప్పుడు ఒక కోణమానిని తో కోణం యొక్క నిజమైన కొలతను కొలవాలి.
- **2వ జట్టు**: పాయింట్ల సంఖ్యను స్కోర్ చేస్తుంది, ఇది వారి ఊహ మరియు సరైన కొలత మధ్య డిగ్రీలలో ఖచ్చితమైన తేడాను సూచిస్తుంది. ఉదాహరణకు, 2వ జట్టు  $39^\circ$  ఊహించినట్లయితే, అప్పుడు వారు 10 పాయింట్లు ( $49^\circ - 39^\circ$ ) స్కోరు చేస్తారు.
- ఒక్కో జట్టుకు ఐదు అవకాశాలుంటాయి. అత్యల్ప స్కోరు సాధించిన జట్టే విజేత!

### ✿ మనం ఒక ఆటను ఆడదాం #2

ఇప్పుడు మనం కొంచెం ఆట నియమాలను మార్చాం. మీ తరగతి విద్యార్థులతో 1వ జట్టు మరియు 2వ జట్టు అనే రెండు జట్లను తయారు చేయడం ద్వారా ఈ ఆటను ఆడండి. సూచనలు మరియు నియమాలు ఇక్కడ ఉన్నాయి:

- 1వ జట్టు అందరికీ ఒక కోణ కొలతను ప్రకటిస్తుంది, ఉదా.  $34^\circ$ .
- 2వ జట్టు నుండి ఒక ఆటగాడు కోణమానిని ఉపయోగించకుండా బోర్డుపై ఆ కోణాన్ని గీయాలి. 2వ జట్టు లోని ఇతర సభ్యులు 'దీన్ని పెదద్దిగా చేయండి!' లేదా 'దానిని చిన్నదిగా చేయండి!' వంటి పదాలు మాట్లాడటం ద్వారా ఆటగాడికి సహాయం చేయవచ్చు.
- 1వ జట్టు నుండి ఒక ఆటగాడు అందరూ చూసేలా కోణమానినితో కోణాన్ని కొలుస్తాడు.
- 2వ జట్టు పాయింట్ల సంఖ్యను స్కోర్ చేస్తుంది, ఇది 2వ జట్టు యొక్క కోణ పరిమాణం మరియు ఉద్దేశించబడిన కోణ పరిమాణంల మధ్య డిగ్రీలలో ఖచ్చితమైన తేడాను సూచిస్తుంది. ఉదాహరణకు 2వ జట్టు ఆటగాడి కోణం  $25^\circ$  గా కొలిచినట్లయితే, 2వ జట్టు 9పాయింట్లు ( $34^\circ - 25^\circ$ ) స్కోర్ చేస్తుంది.
- ఒక్కో జట్టుకు ఐదు అవకాశాలుంటాయి. మళ్ళీ అత్యల్ప స్కోరు సాధించిన జట్టు విజేతగా నిలుస్తుంది.

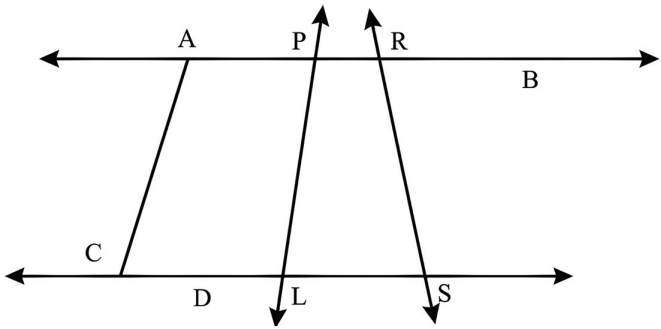
### ఉపాధ్యాయునికి గమనిక

కోణాలు మరియు వాటి కొలతల గురించి సహజ జ్ఞానమును పెంపొందించడానికి ఈ ఆటలు ఆడటం చాలా ముఖ్యం. కోణాలను అంచనా వేయడంలో అభ్యసనాన్ని పెంపొందించడానికి వేర్వేరు రోజులలో కనీసం ఒకటి లేదా రెండు రెండుసార్లు ఈ ఆటను తిరిగి ఆడించండి. ఈ ఆటలను జతల విద్యార్థుల మధ్య కూడా ఆడించవచ్చని గమనించండి.



### ఆలోచించండి - చేయండి - 2.8

1. పటం 2.23లో, సాధ్యమయ్యే అన్ని కోణాలను జాబితా చేయండి. అవన్నీ మీరు కనుగొన్నారా? ఇప్పుడు, అన్ని కోణాల కొలతలను ఊహించండి. తరువాత, కోణమానిని తో కోణాలను కొలవండి. మీ అన్ని సంఖ్యలను ఒక పట్టిక లో నమోదు చేయండి. మీ అంచనాలు వాస్తవ కొలతలకు ఎంత దగ్గరగా ఉన్నాయో చూడండి.

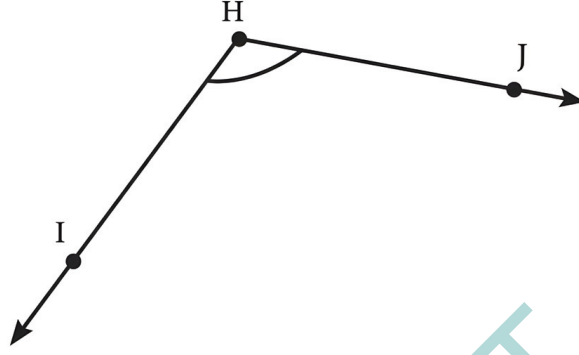


పటం 2.23

2. కింది డిగ్రీ కొలతలను కలిగి ఉన్న కోణాలను గీయడానికి కోణమానిని ఉపయోగించండి:

- a.  $110^\circ$    b.  $40^\circ$    c.  $75^\circ$    d.  $112^\circ$    e.  $134^\circ$

3. దిగువ ఇవ్వబడ్డ కోణానికి సమానమైన డిగ్రీ కొలత ఉన్న కోణాన్ని గీయండి:

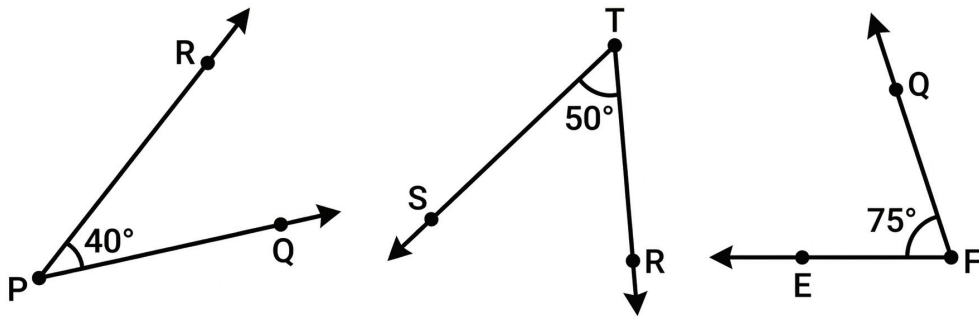


అలాగే, కోణాన్ని గీయడానికి మీరు అనుసరించిన సోపానాలను రాయండి.

### 2.11 కోణాల రకాలు మరియు వాటి కొలతలు

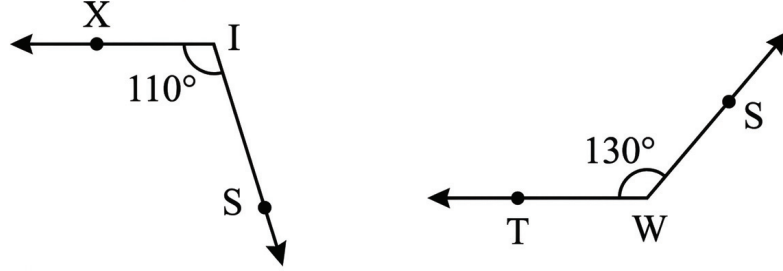
ఈ అధ్యాయంలో వివిధ రకాల కోణాల గురించి చదివాం. సరళ కోణం  $180^\circ$  మరియు లంబకోణం  $90^\circ$  అని మనం చూశాము. ఇతర రకాల కోణాలు అల్ప (లఘు) మరియు అధిక (గూరు) కోణాలు - వాటి డిగ్రీ కొలతల పరంగా ఎలా వివరించబడతాయి?

అల్ప(లఘు) కోణం: లంబకోణము కంటే చిన్నగా, అనగా  $90^\circ$  కంటే తక్కువ మరియు  $0^\circ$  కంటే ఎక్కువ ఉండే కోణాలను అల్ప (లఘు) కోణాలు అంటారు.



అల్ప (లఘు) కోణాలకు ఉదాహరణలు

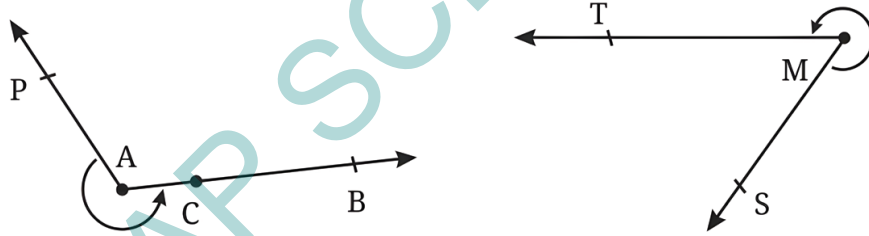
అధిక (గురు) కోణం:  $90^\circ$  కంటే ఎక్కువగా మరియు  $180^\circ$  కంటే తక్కువగా ఉన్న కోణాలను అధిక (గురు) కోణాలు అని అంటారు. ఇవి సరళ కోణం కంటే చిన్నవిగా, లంబకోణం కంటే పెద్దవిగా ఉంటాయి.



అధిక కోణాలకు ఉదాహరణలు

ఒక కోణం తీసుకోగల అన్ని సాధ్యమయ్యే కొలతలను మనము పరిశీలించామా? ఇక్కడ మరో రకం కోణం ఉంది.

పరావర్తన కోణం: సరళ కోణం కంటే ఎక్కువ మరియు సంపూర్ణకోణం కంటే తక్కువ, అనగా,  $180^\circ$  కంటే ఎక్కువ మరియు  $360^\circ$  కంటే తక్కువ ఉన్న కోణాలను పరావర్తన కోణాలు అని పిలుస్తారు.



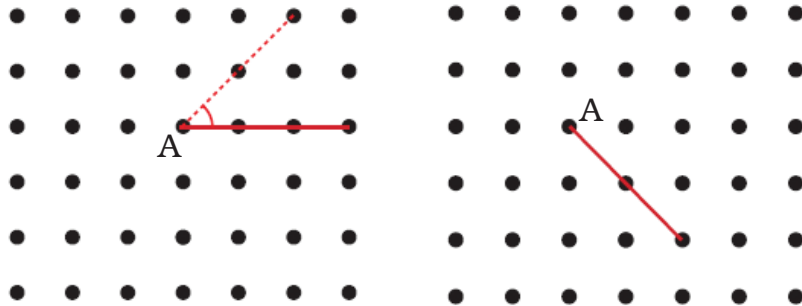
పరావర్తన కోణాల ఉదాహరణలు



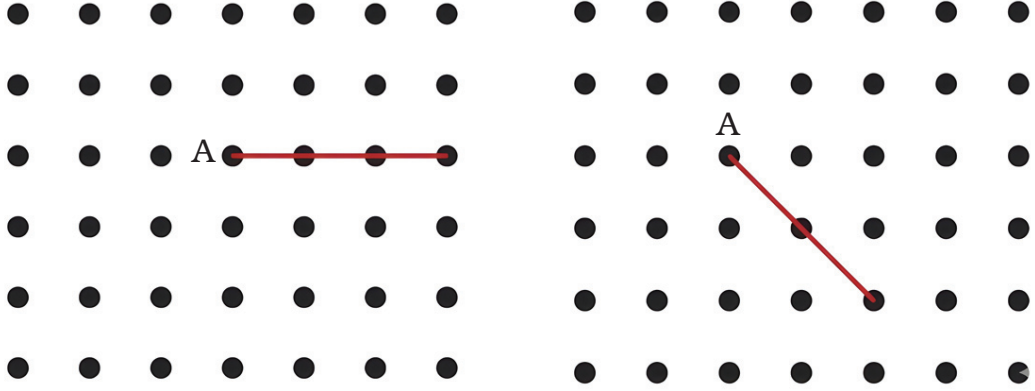
### ఆలోచించండి-చేయండి - 2.9

1. క్రింద ఇవ్వబడిన ప్రతి గ్రిడ్ లో A ని సరళరేఖ ద్వారా పటంలోని ఇతర గ్రిడ్ పాయింట్లకు జతచేయండి:

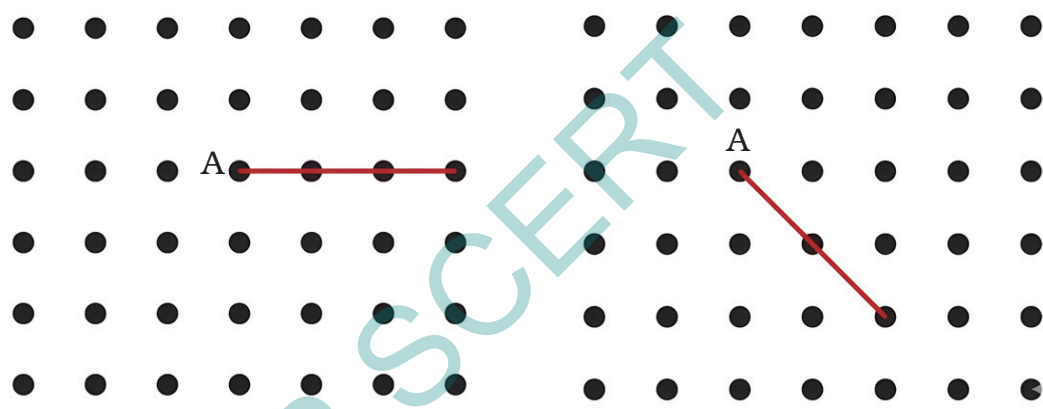
ఎ. ఒక అల్పకోణం



బి) ఒక అధిక కోణం



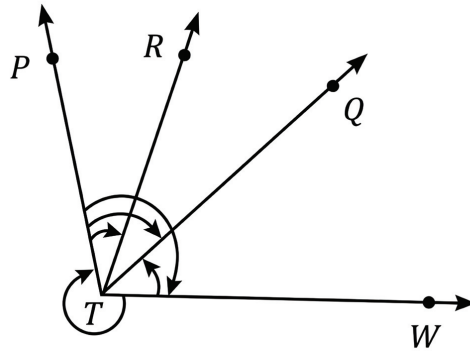
సి) ఒక పరావర్తన కోణం



కోణాలను పేర్కొనడం కొరకు ఉద్దేశించబడిన కోణాలను వక్రతలం గుర్తించండి. ఒకటి మీ కోసం చేయబడింది.

2. ప్రతి కోణం యొక్క కొలతను కనుగొనడానికి కోణమానిని ఉపయోగించండి. అప్పుడు ప్రతి కోణాన్ని లంబ కోణం, అల్పకోణం, అధిక కోణం లేదా పరావర్తన కోణాలు గా వర్గీకరించండి.

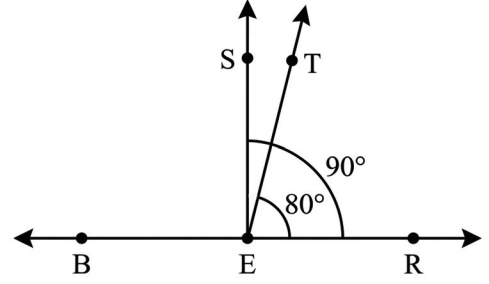
ఎ.  $\angle PTR$       బి.  $\angle PTQ$       సి.  $\angle PTW$       డి.  $\angle WTQ$





## మనం అన్వేషిద్దాం

ఈ పటంలో,  $\angle TER = 80^\circ$ .  $\angle BET$  యొక్క కొలత ఏమిటి?  $\angle SET$  యొక్క కొలత ఏమిటి?

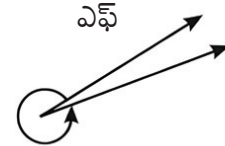
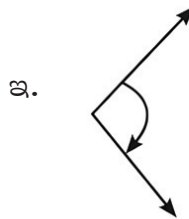
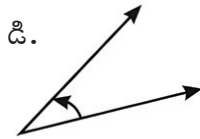
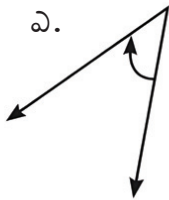


సూచన:  $\angle REB$  ఒక సరళ కోణం అని గమనించండి. కాబట్టి,  $\angle REB$  యొక్క డిగ్రీ కొలత  $180^\circ$ . ఇందులో  $80^\circ$   $\angle TER$  ద్వారా గుర్తించబడి ఉంది.  $\angle SET$  యొక్క కొలతను కనుగొనడానికి ఇదే విధమైన వాదనను ఉపయోగించవచ్చు.



## ఆలోచించండి-చేయండి - 2.10

- ఈ క్రింది ఇచ్చిన డిగ్రీ కొలతలతో కోణాలను గీయండి:  
ఎ.  $140^\circ$       బి.  $82^\circ$       సి.  $195^\circ$       డి.  $70^\circ$       ఇ.  $35^\circ$
- ప్రతి కోణం యొక్క పరిమాణాన్ని అంచనా వేయండి మరియు ఆ పై దానిని ఒక కోణమాణిని తో కొలవండి:



ఈ కోణాలను అల్ప కోణం, లంబ కోణం, అధిక కోణం లేదా పరావర్తన కోణాలుగా వర్గీకరించండి.

- ఏదైనా బొమ్మను మూడు అల్ప కోణాలు, ఒక లంబ కోణం మరియు రెండు అధికకోణాలతో తయారు చేయండి.
- ఇరు వైపులా ప్రతి కోణం  $40^\circ$  మరియు మధ్యలో ఉండే కోణం  $60^\circ$  ఉండేలా 'M' అక్షరాన్ని గీయండి.
- ఏర్పడే మూడు కోణాలు  $150^\circ$ ,  $60^\circ$  మరియు  $150^\circ$  ఉండేలా 'Y' అక్షరాన్ని గీయండి.

6. అశోక చక్రలో 24 ఆకులు (స్పీక్స్) ఉన్నాయి. పక్కపక్కనే ఉన్న రెండు ఆకుల మధ్య కోణం యొక్క డిగ్రీ కొలత ఎంత? రెండు ఆకుల మధ్య ఏర్పడే అతి పెద్ద అల్ప కోణం ఏది?



7. పజిల్: నేను లఘుకోణాన్ని కలిగి ఉన్నాను. మీరు నా కొలతను రెట్టింపు చేస్తే మీకు లఘుకోణం వస్తుంది. మీరు నా కొలతను మూడు రెట్లు చేస్తే, మీకు మళ్ళీ లఘుకోణం వస్తుంది. మీరు నా కొలతను నాలుగు రెట్లు చేస్తే మీకు మళ్ళీ లఘుకోణం వస్తుంది! కానీ మీరు నా కొలతను 5 తో గుణిస్తే, మీకు అధికకోణంలో కొలత లభిస్తుంది. నా కొలతకు ఉన్న సాధ్యసాధ్యాలు ఏమిటి?



## ప్రాజెక్ట్ పని

కోణము - గడియారము : దృశ్యమానముగా గడియారాలను ఉపయోగించి వివిధ సందర్భాలలో నిమిషము మరియు గంటల ముల్లుల తో ఏర్పడిన కోణాలను ప్రదర్శించండి. గడియారంలో ముల్లుల స్థానాల ఆధారంగా అల్ప, లంబ, సరళ మరియు అధిక కోణాలను కొలవండి మరియు చర్చించండి.

## సంగ్రహంగా!

1) ఇవ్వబడిన రెండు బిందువుల ద్వారా ఎన్ని రేఖలు గీయవచ్చు? [      ]

(ఎ) ఒకటి మాత్రమే

(బి) 2

(సి) 4

(డి) అనేకం

2) అసత్య ప్రకటనను గుర్తించండి. [      ]

(ఎ) రెండు రేఖలు ఒక బిందువులో కలుస్తాయి.

(బి) రేఖాఖండానికి రెండు అంశ్య బిందువులు ఉంటాయి.

(సి) కిరణానికి ఒక ప్రారంభ బిందువు ఉంటుంది.

(డి) కిరణానికి రెండు అంశ్య బిందువులు ఉంటాయి.

3) క్రింది లక్షణాలను సరైన జ్యామితీయ ఆకృతులతో జత చేయండి [ . ]

**Column A**

- (i) రెండు దిశల్లో అంతం లేని పొడవు
- (ii) పరిమాణం లేదు కానీ స్థానాన్ని చూపుతుంది
- (iii) రెండు అంత్య బిందువులతో కూడిన రేఖలో భాగమైన అనేక బిందువుల సమాహారం
- (iv) ఒక దిశలో అంతం లేని పొడవు

**Column B**

- (a) కిరణం
- (b) రేఖ
- (c) బిందువు
- (d) రేఖాఖండం

- (ఎ) (i) → (a), (ii) → (b), (iii) → (c), (iv) → (d)
- (బి) (i) → (b), (ii) → (c), (iii) → (d), (iv) → (a)
- (సి) (i) → (a), (ii) → (c), (iii) → (d), (iv) → (b)
- (డి) (i) → (b), (ii) → (a), (iii) → (c), (iv) → (d)

4) వాదన (A) : **a** మరియు **b** కోణాలు సరళ కోణాన్ని ఏర్పరిస్తే మరియు **a = 40°** అయితే **b = 150°** కారణం (R) : సరళ రేఖపై ఉన్న కోణాల మొత్తం ఎల్లప్పుడూ **180°** అవుతుంది. [ . ]

- (ఎ) A మరియు R రెండూ సత్యము మరియు R అనేది A కి సరియైన వివరణ
- (బి) A మరియు R రెండూ సత్యము మరియు R అనేది A కి సరియైన వివరణ కాదు.
- (సి) A సత్యము, R అసత్యము.
- (డి) A అసత్యము, R సత్యము.

5) జతపరచండి. [ . ]

**Column A**

- (i) సరళ కోణం
- (ii) లంబ కోణం
- (iii) అధిక కోణం
- (iv) పరావర్తన కోణం

**Column B**

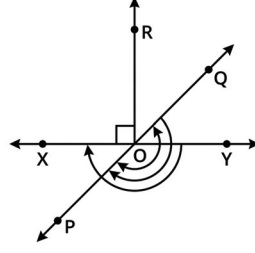
- (a) ఒక పూర్ణ భ్రమణంలో నాలుగవ వంతు కంటే తక్కువ.
- (b) పూర్తి భ్రమణంలో సగం కంటే ఎక్కువ.
- (c) పూర్తి భ్రమణంలో సగం.
- (d) పూర్తి భ్రమణంలో నాలుగవ వంతు.
- (e) ఒక పూర్తి భ్రమణంలో 1/4 వంతు మరియు 1/2 వంతుల మధ్య

- (ఎ) (i) → (c), (ii) → (d), (iii) → (e), (iv) → (b)
- (బి) (i) → (c), (ii) → (b), (iii) → (e), (iv) → (d)
- (సి) (i) → (a), (ii) → (d), (iii) → (e), (iv) → (b)
- (డి) (i) → (d), (ii) → (b), (iii) → (e), (iv) → (c)

6) రేఖ మరియు రేఖాఖండం మధ్య రెండు భేదాలను రాయండి.

7) ఇచ్చిన చిత్రంలో క్రింది కోణాలను అల్ప, అధిక, లంబ, పరావర్తన లేదా సరళ కోణాలుగా పేరు పెట్టండి.

- (ఎ)  $\angle QOY$                       (బి)  $\angle YOP$   
 (సి)  $\angle ROX$                       (డి)  $\angle QOX$   
 (ఇ)  $\angle POQ$



8) గడియారం గంటల ముళ్ళు క్రింది సమయాల మధ్య పూర్తి భ్రమణంలో ఎంత భాగం భ్రమణం చేస్తాయి?

- (ఎ) 3 నుండి 9                      (బి) 4 నుండి 7                      (సి) 7 నుండి 10                      (డి) 12 నుండి 9

9) గడియారం గంట ముళ్ళు 3 నుండి 6 వరకు సవ్యదిశలో వెళ్తే ఎన్ని లంబ కోణాలు తిరుగుతాయి?

10) క్రింది కోణాల సరళ చిత్రాలు గీయండి:

- (ఎ) అల్ప కోణం    (బి) అధిక కోణం

## సారాంశం

- ఒక బిందువు స్థానాన్ని నిర్ణయిస్తుంది. దీనిని పెద్ద ఆంగ్ల అక్షరంతో సూచిస్తారు. ఒక రేఖా ఖండము రెండు బిందువుల మధ్య అతి తక్కువ దూరానికి అనుగుణంగా ఉంటుంది. S మరియు T లను కలిపే రేఖాఖండాన్ని  $\overline{ST}$  ద్వారా సూచిస్తారు.
- $\overline{ST}$  లాంటి రేఖా ఖండాన్ని రెండువైపులా నిరవధికంగా విస్తరించినపుడు ఒక సరళ రేఖ లభిస్తుంది. దీనిని  $\overline{ST}$  లేదా కొన్నిసార్లు 'm' అనే ఒక చిన్న అక్షరం తో సూచిస్తారు.
- కిరణం అనేది రేఖలో ఒక భాగం. ఇది బిందువు D వద్ద ప్రారంభమై నిరవధికంగా ఒక దిశలో వెళుతుంది. దీనిని  $\overrightarrow{DP}$  తో సూచిస్తారు. ఇక్కడ P అనేది కిరణంపై వున్న మరొక బిందువు. ఒక కోణాన్ని ఒక సాధారణ ప్రారంభ స్థానం నుండి ప్రారంభమయ్యే రెండు కిరణాలుగా దృశ్యమానం చేయవచ్చు. రెండు కిరణాలు  $\overrightarrow{OP}$  మరియు  $\overrightarrow{OM}$  లు  $\angle POM$  కోణాన్ని ఏర్పరుస్తాయి. (దీనిని  $\angle MOP$  అని కూడా పిలుస్తారు, O ని కోణ శీర్షం అని పిలుస్తారు మరియు కిరణాలు  $\overrightarrow{OP}$  మరియు  $\overrightarrow{OM}$  లను కోణ భుజాలు అని అంటారు.
- కోణం యొక్క పరిమాణం అనేది కోణం యొక్క ఒక కిరణాన్ని, కోణం యొక్క మరొక కిరణం పై తిప్పడానికి శీర్షం చుట్టూ అవసరమైన భ్రమణం లేదా మలుపు పరిమాణం.
- కోణాల పరిమాణాలను డిగ్రీలలో కొలవవచ్చు. ఒక పూర్తి భ్రమణం లేదా మలుపును 360 డిగ్రీలుగా పరిగణిస్తారు మరియు  $360^\circ$  గా సూచిస్తారు.
- కోణాల యొక్క డిగ్రీ కొలతలను కోణమానిని ఉపయోగించి కొలవవచ్చు..
- కోణాలు సరళ ( $180^\circ$ ), లంబ ( $90^\circ$ ), అల్ప ( $0^\circ$  కంటే ఎక్కువ మరియు  $90^\circ$  కంటే తక్కువ), లేదా అధిక ( $90^\circ$  కంటే ఎక్కువ మరియు  $180^\circ$  కంటే తక్కువ), మరియు పరావర్తన ( $180^\circ$  కంటే ఎక్కువ మరియు  $360^\circ$  కంటే తక్కువ) కోణాలు గా వుండవచ్చు.

# 3

## సంఖ్యలతో ఆట



### అభ్యసన ఫలితాలు:

#### అభ్యాసకులు

- సంఖ్యల నమూనాలు, లక్షణాలు మరియు ఉత్పకతలను అన్వేషించడం మరియు అభినందించడం చేస్తారు. (CG-1)
- పజిల్స్ మరియు గణిత ఆటలను పరిష్కరించడానికి అవసరమైన తార్కిక ఆలోచన, క్రమాన్ని గుర్తించుట చేస్తారు. (CG-7)
- రోజువారీ గణిత సన్నివేశాలకు మనో గణన మరియు అంచనాలను వర్తింప చేస్తారు. (CG-1)
- సాధారణ గణితో గణితం యొక్క సృజనాత్మక మరియు పరిశోధనాత్మక స్వభావాన్ని అభినందించడం చేస్తారు. (CG-7)

### 3.0 పరిచయం

గణితంలో అత్యంత ఉత్తేజకరమైన అధ్యాయాలలో ఒకదానికి స్వాగతం!

ఈ రోజు, మనం రోజువారీ పాఠాల నుండి దూరంగా జరిగి, సంఖ్యల ఆట యొక్క ఉల్లాసభరితమైన ప్రపంచంలోకి ప్రవేశిస్తాము, ఇక్కడ మీరు చూసే ప్రతి సంఖ్య ఒక మనోహరమైన పజిల్లో ఒక ఆధారం లాంటిది.

రవి మరియు రాజు అనే ఇద్దరు స్నేహితులు రద్దీగా ఉన్న రోడ్డు పక్కన నిలబడి ఉన్నారని ఊహించుకోండి. వారు ట్రాఫిక్ ను చూడటం మాత్రమే కాదు. వారు వాహన ప్లేట్లపై సంఖ్యలతో ఆట ఆడుతున్నారు!

రవి ఒక వాహనంలోని సంఖ్యను గుర్తించాడు : 4534.

అతను అన్ని అంకెలను కూడాడు :  $4 + 5 + 3 + 4 = 16$ ,

ఆ తర్వాత ఆ అంకెలను మళ్ళీ కూడాడు :  $1 + 6 = 7$ .

తదుపరి వాహనం దాటిపోయింది. రాజు త్వరగా దాని సంఖ్యను గుర్తించాడు: 2133.

అతను అంకెలను కూడాడు :  $2 + 1 + 3 + 3 = 9$ ,

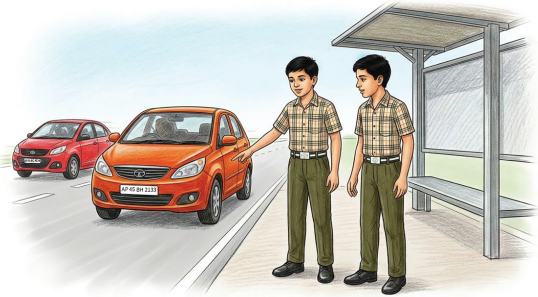
మరియు బిగ్గరగా “నేను గెలిచాను!” అని నినాదాలు చేశాడు.

వారు తమ ఆటను కొనసాగిస్తున్నప్పుడు, వారు మనోహరమైన నమూనాలను గమనించారు:

కొన్ని సంఖ్యలు పెరుగుతూ ఉన్నాయి (1234 వంటివి) లేదా తగ్గుతూ ఉన్నాయి (4321 వంటివి).

కొన్నింటిలో పునరావృత అంకెలు ఉన్నాయి (7744 లేదా 5050 వంటివి).

మరియు కొన్ని పాలిండ్రోమిక్, ముందుకు లేదా వెనుకకు చదివినప్పుడు ఒకేలా ఉన్నాయి (1221 వంటివి).



ప్రతిచోటా సంఖ్యల నమూనాలు నెంబర్ పేట్లు, గడియారాలు, మొబైల్ స్క్రీన్లు మరియు క్యాలెండర్లలో ఉన్నాయని రవి మరియు రాజు గ్రహించారు -

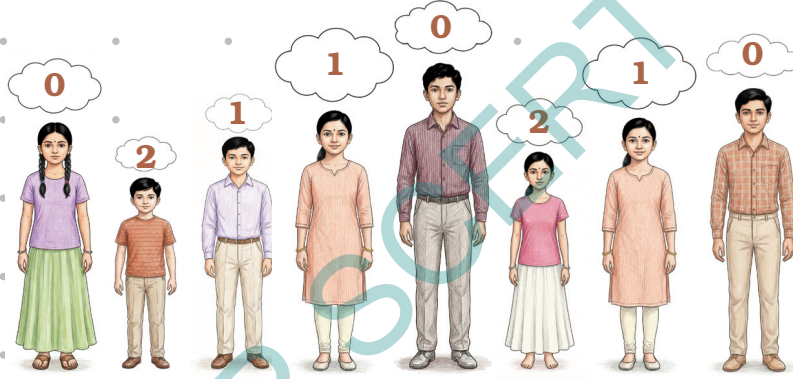
అవి కేవలం సంఖ్యలు కావు; అవి విషయాలను గమనించడానికి మరియు అర్థం చేసుకోవడానికి వేచి ఉన్న ఆధారాలు.

కాబట్టి రోజువారీ పరిశీలనలను ఉత్తేజకరమైన గణిత ఆవిష్కరణలుగా మార్చడానికి సిద్ధంగా ఉండండి. మీ మెదడకు పదును పెట్టండి, మీ కళ్ళు తెరవండి - మరియు సంఖ్యలతో ఆటలు ప్రారంభిద్దాం.

### 3.1 సంఖ్యలు మనకు విషయాలను తెలియజేస్తాయి

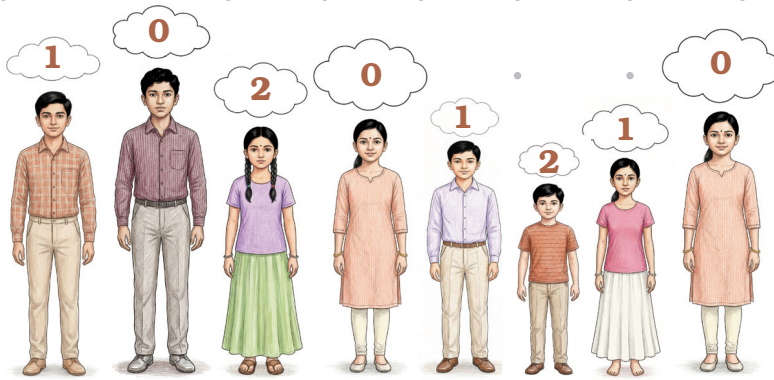
ఈ సంఖ్యలు మనకు ఏమి చెబుతున్నాయి?

ఒక పార్కులో కొంతమంది పిల్లలు వరుసలో నిలబడి ఉన్నారు. ప్రతి ఒక్కరూ ఒక సంఖ్య చెబుతారు.



❁ ఈ సంఖ్యల అర్థం ఏమిటని మీరు అనుకుంటున్నారు?

ఇప్పుడు పిల్లలు తమను తాము తిరిగి అమర్చుకుంటారు, మరియు మళ్ళీ ప్రతి ఒక్కరూ అమరిక ఆధారంగా ఒక సంఖ్యను చెబుతారు



ఈ సంఖ్యలు దేనిని సూచిస్తాయో మీరు గ్రహించారా?

సూచన: వీరి ఎత్తులు ఒక పాత్రపోషిస్తాయా?

ఒక పిల్లవాడు తన పక్కన ఒకే ఒక పొడవైన పిల్లవాడు నిలబడి ఉంటే '1' అని అంటాడు. తన పక్కన నిలబడి ఉన్న ఇద్దరు పిల్లలు పొడవుగా ఉంటే '2' అని అంటాడు. తన పక్కన నిలబడి ఉన్న పిల్లలలో ఎవరూ పొడవుగా లేకుంటే '0' అని అంటాడు. అంటే ప్రతి వ్యక్తి తమకు ఎంత పొడవైన ఇరుగుపొరుగున ఎంతమంది పొడవైన వారు ఉన్నారో చెబుతారు.

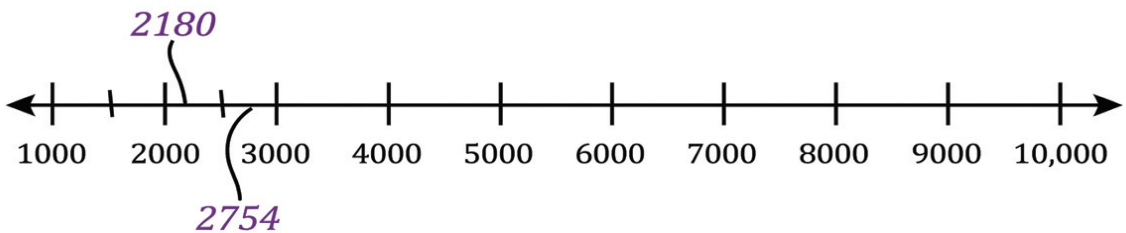
❖ కింది ప్రశ్నలకు సమాధానం ఇవ్వడానికి ప్రయత్నించండి మరియు మీ తర్కాన్ని వివరించండి.

1. చివర్లలో నిలబడి ఉన్న పిల్లలు '2' అని చెప్పేలా పిల్లలు తమను తాము సర్దుబాటు చేసుకోగలరా?
2. అందరూ '0' లు మాత్రమే చెప్పేలా పిల్లలను ఒక వరుసలో నిలబెట్టగలమా?
3. పక్కపక్కనే నిలబడి ఉన్న ఇద్దరు పిల్లలు ఒకే సంఖ్యను చెప్పగలరా?
4. ఒక గ్రూపులో 5 మంది పిల్లలు ఉన్నారు, అందరూ వేర్వేరు ఎత్తులు కలిగి ఉన్నారు. నలుగురు '1' అని మరియు చివరి వ్యక్తి '0' అని చెప్పేలా వారు నిలబడగలరా? ఎందుకు లేదా ఎందుకు కాదు?
5. ఈ 5 మంది పిల్లల సమూహానికి, 1, 1, 1, 1, 1, 1 సాధ్యమేనా?
6. 0, 1, 2, 1, 0 అనే క్రమం సాధ్యమేనా? ఎలా సాధ్యం లేదా ఎందుకు సాధ్యం కాదు?
7. గరిష్ట సంఖ్యలో పిల్లలు '2' అని చెప్పేలా ఐదుగురు పిల్లలను మీరు ఎలా తిరిగి నిలబెడతారు?



### 3.2 సంఖ్యా రేఖపై సంఖ్యల సమూహాలు

❖ మనకు ఇప్పుడు సంఖ్యా రేఖలతో బాగా పరిచయం ఉంది. కొన్ని సంఖ్యలను వాటి సంబంధిత స్థానాలలో ఉంచగలమో లేదో చూద్దాం.

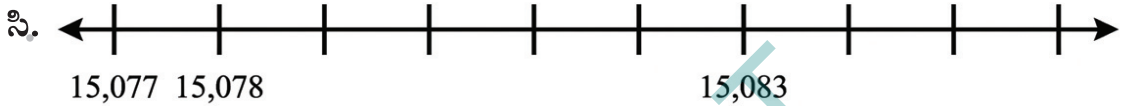
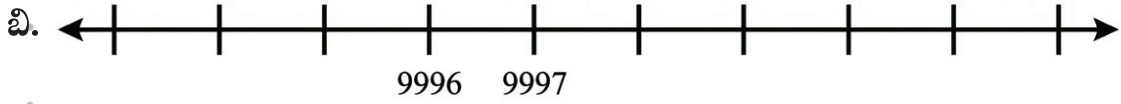
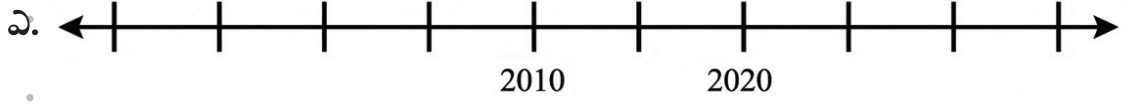


2180, 2754, 1500, 3600, 9950, 9590, 1050, 3050, 5030, 5300 మరియు 8400 అనే సంఖ్యలు ఉన్నాయి:



### ఆలోచించండి-చేయండి - 3.1

క్రింద ఇవ్వబడిన సంఖ్యా రేఖలపై గుర్తించబడిన సంఖ్యలను గుర్తించి, మిగిలిన స్థానాలను పూరించండి.



పైన పేర్కొన్న ప్రతి క్రమంలో అతి చిన్న సంఖ్య చుట్టూ ఒక వృత్తాన్ని, అతిపెద్ద సంఖ్య చుట్టూ ఒక పెట్టెను గీయండి.

### 3.3 సూపర్ సెల్స్

క్రింద పట్టికలో వ్రాయబడిన సంఖ్యలను గమనించండి. కొన్ని సంఖ్యలకు ఎందుకు రంగులు వేయబడ్డాయి? చర్చించండి.

43	79	75	63	10	29	28	34
200	577	626	345	790	694	109	198

ఒక గడిలోని సంఖ్య దాని పొరుగు గళ్ళలోని ఉన్న సంఖ్యల కంటే పెద్దదిగా ఉంటే, దానికి రంగు వేయబడును.

626 సంఖ్య 577 మరియు 345 కంటే పెద్దదిగా ఉన్నందున రంగు వేయబడుతుంది, అయితే 577

కంటే 200 చిన్నదిగా కాబట్టి రంగు వేయబడదు. 198 సంఖ్య రంగులో ఉంది, ఎందుకంటే దానికి

ప్రక్కన ఉన్న ఒకే ఒక గడిలో 109 ఉంది. మరియు 198, 109 కంటే పెద్దది.



## ఆలోచించండి-చేయండి - 3.2

1. క్రింద ఇవ్వబడిన పట్టికలోని సూపర్ సెల్స్ కు రంగు వేయండి లేదా గుర్తించండి.

6828	670	9435	3780	3708	7308	8000	5583	52
------	-----	------	------	------	------	------	------	----

2. రంగు వేయబడిన గడులు మాత్రమే ఖచ్చితంగా 'సూపర్ సెల్స్' అయ్యేలా, క్రింది పట్టికను కేవలం 4-అంకెల సంఖ్యలతో పూరించండి.

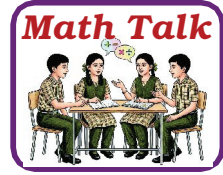
5346							9635	
------	--	--	--	--	--	--	------	--

3. వీలైనన్ని ఎక్కువ సూపర్ సెల్స్ వచ్చేలా కింది పట్టికను పూరించండి. 100 మరియు 1000 మధ్య సంఖ్యలను పునరావృతం చేయకుండా ఉపయోగించండి.

--	--	--	--	--	--	--	--	--

- (ఎ) పై పట్టికలోని 9 గడులలో ఎన్ని సూపర్ సెల్స్ ఉన్నాయి?  
 (బి) వివిధ సంఖ్యల సెల్స్ కు ఎన్ని సూపర్ సెల్స్ సాధ్యమో తెలుసుకోండి.  
 (సి) మీరు ఏదైనా నమూనాను గమనించారా? గరిష్ట సంఖ్యలో సూపర్ సెల్స్ ను పొందేలా ఇచ్చిన పట్టికను పూరించు పద్ధతి ఏమిటి? మీ వ్యాహాన్ని అన్వేషించండి మరియు పంచుకోండి.

4. సంఖ్యలను పునరావృతం చేయకుండా సూపర్ సెల్స్ లేని టేబుల్ ను మీరు పూరించగలరా? ఎలా సాధ్యం లేదా ఎందుకు సాధ్యం కాదు?  
 5. పట్టికలో అతిపెద్ద సంఖ్యను కలిగి ఉన్న సెల్ ఎల్లప్పుడూ సూపర్ సెల్ అవుతుందా? పట్టికలో అతి చిన్న సంఖ్యను కలిగి ఉన్న సెల్ సూపర్ సెల్ అవుతుందా? ఎలా సాధ్యం లేదా ఎందుకు సాధ్యం కాదు?  
 6. రెండవ అతిపెద్ద సంఖ్య కలిగిన సెల్ ఒక 'సూపర్ సెల్' కాకుండా ఉండేలా ఒక పట్టికను పూరించండి.  
 7. రెండవ అతిపెద్ద సంఖ్య కలిగిన గడి 'సూపర్ సెల్' కాకుండా, మరియు రెండవ అతిచిన్న సంఖ్య కలిగిన గడి 'సూపర్ సెల్' అయ్యేలా ఒక పట్టికను పూరించండి. ఇది సాధ్యమేనా?  
 8. ఈ పజిల్ ఆధారంగా మరి కొన్ని కొత్త ప్రశ్నలను తయారు చేసి మీ తోటి విద్యార్థులను సవాలు చేయండి.



ప్రయత్నించండి

సూపర్ సెల్స్ కృత్యాన్ని మరిన్ని వరుసలతో చేద్దాం. ఇక్కడ పొరుగు సెల్స్ అంటే ఎడమ, కుడి, పై మరియు దిగువన ఉన్నవి.

ఆ నియమం అలాగే ఉంటుంది: ఒక సెల్లోని సంఖ్య దాని పొరుగు గడులలోని అన్ని సంఖ్యల కంటే ఎక్కువగా ఉంటే అది సూపర్ సెల్ అవుతుంది.

పట్టిక 1లో, 8632 దాని పొరుగున ఉన్న 4580, 8280, 4795 మరియు 1944ల కంటే ఎక్కువ.

❖ '1', '0', '6', '3', మరియు '9' అంకెలతోకూడిన 5-అంకెల సంఖ్యలతో పట్టిక 2ని పూర్తి చేయండి. ఒక రంగు సెల్ మాత్రమే దాని అన్ని పొరుగు సెల్ల కంటే పెద్ద సంఖ్యను కలిగి ఉండాలి.

పట్టికలో అతిపెద్ద సంఖ్య \_\_\_\_\_ .  
పట్టికలో అతి చిన్న సరి సంఖ్య \_\_\_\_\_ .

పట్టికలో 50,000 కంటే పెద్దదైన సంఖ్యలలో అతిచిన్న సంఖ్య \_\_\_\_\_ .

పైన ఉన్న పట్టికను పూరించిన తర్వాత, వేల స్థానంలో ఉన్న అంకె తర్వాత తగిన విధంగా కామాల (commas) ఉంచండి.

### 3.4 అంకెలతో ఆడుకోవడం

మనం 1, 2, 3 ... మొదలైన వాటి నుండి సంఖ్యలను రాయడం ప్రారంభిస్తాము. 1-అంకె గల సంఖ్యలు తొమ్మిది ఉన్నాయి.

❖ రెండు అంకెలు, మూడు అంకెలు, నాలుగు అంకెలు మరియు ఐదు అంకెల సంఖ్యలు ఎన్నిఉన్నాయో కనుక్కోండి.

1-అంకె సంఖ్యలు 1-9 _____	2-అంకెల సంఖ్యలు _____	3-అంకెల సంఖ్యలు _____	4-అంకెల సంఖ్యలు _____	5-అంకెల సంఖ్యలు _____
9				

Table 1

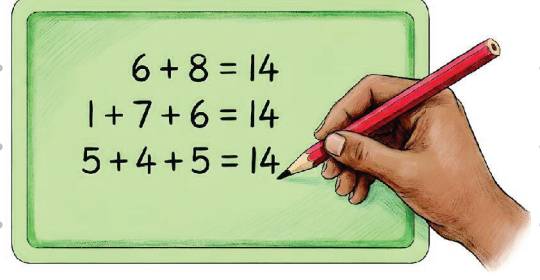
2430	7500	7350	9870
3115	4795	9124	9230
4580	8632	8280	3446
5785	1944	5805	6034

Table 2

	96,301	36,109	
	13,609	60,319	19,306
		60,193	
	10,963		

## సంఖ్యల యొక్క అంకెల మొత్తం

లాస్య కొన్ని సంఖ్యల యొక్క అంకెలను కూడినప్పుడు వాటి మొత్తం సమానంగా ఉంటుందని గమనించింది. ఉదాహరణకు, 68 సంఖ్య యొక్క అంకెల మొత్తం 176 లేదా 545 అంకెలను కూడిన వచ్చు మొత్తంకి సమానం.



### ఆలోచించండి-వేయండి - 3.3

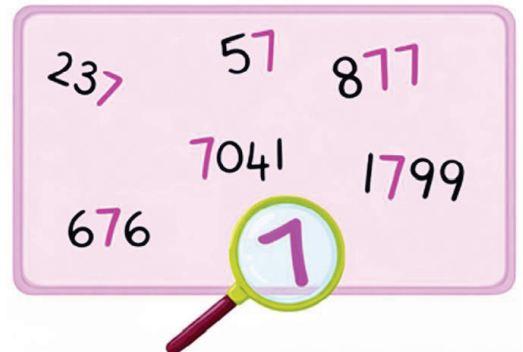
#### అంకెల మొత్తం 14

1. అంకెల మొత్తం 14 వచ్చేలా ఇతర సంఖ్యలను రాయండి.
2. అంకెల మొత్తం 14 అయిన అతి చిన్న సంఖ్య ఏది?
3. అంకెల మొత్తం 14 అయిన అతి పెద్ద 5-అంకెల సంఖ్య ఏది?
4. అంకెల మొత్తం 14 వచ్చేలా మీరు ఎంత పెద్ద సంఖ్యను తయారు చేయగలరు? మీరు అంతకంటే పెద్ద సంఖ్యను తయారు చేయగలరా?
5. 40 నుండి 70 వరకు ఉన్న అన్ని సంఖ్యల 'అంకెల మొత్తాన్ని' కనుగొనండి. మీ పరిశీలనలను తరగతిలో పంచుకోండి.
6. వరుస అంకెలు గల 3-అంకెల సంఖ్యలలో అంకెల మొత్తాలను లెక్కించండి (ఉదాహరణకు 345). మీరు ఏదైనా క్రమాన్ని గమనించారా? ఇదే క్రమం కొనసాగుతుందా?



#### డిజిట్ డిటెక్టివ్స్

- 1 నుండి 100 వరకు సంఖ్యలను రాసిన తర్వాత, అచ్చుత్ '7' అనే అంకెను ఎన్నిసార్లు వ్రాసాను అని ఆలోచించాడు.
- ❖ 1-100 సంఖ్యలలో, '7' అంకె ఎన్నిసార్లు వస్తుంది?
- 1-1000 సంఖ్యలలో, '7' అంకె ఎన్నిసార్లు వస్తుంది?



### 3.5 అందమైన పాలిండ్రోమిక్ నమూనాలు

ఈ సంఖ్యలలో మీరు ఏ క్రమ పద్ధతిని (pattern) గమనిస్తున్నారు: 66, 848, 575, 797, 1111? ఈ సంఖ్యలను ఎడమ నుండి కుడికి చదివినా లేదా కుడి నుండి ఎడమకు చదివినా ఒకేలా ఉన్నాయి. ఒకసారి ప్రయత్నించి చూడండి. ఇటువంటి సంఖ్యలను 'పాలిండ్రోమ్స్' (palindromes) లేదా పాలిండ్రోమిక్ సంఖ్యలు అంటారు.

#### 1, 2, 3 అంకెలను ఉపయోగించే అన్ని పాలిండ్రోమ్లు

121, 313, 222 సంఖ్యలు పాలిండ్రోమ్లకు కొన్ని ఉదాహరణలు

- 1,2,3 అంకెలను ఉపయోగించి సాధ్యమయ్యే అన్ని 3-అంకెల పాలిండ్రోమ్లను వ్రాయండి.

**మహావీరాచార్య "హారాలు" (కంఠాభరణం)**

భారతీయ గణిత శాస్త్రజ్ఞుడు మహావీరాచార్య (9వ శతాబ్దం), తన రచన గణిత సార సంగ్రహలో, అందమైన, లయబద్ధమైన నమూనాలతో సంఖ్యలను ప్రదర్శించాడు. దానిని అతను కంఠాభరణం (నెక్లస్) అని పిలిచాడు.

1. కంఠాభరణం: 12345654321

$$27,994,681 \times 441 = 12,345,654,321$$

2. రాజకాంతికాభరణం: 12345678987654321

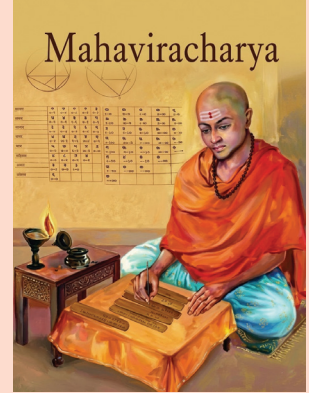
(సున్నా లేని అంకెలతో సంపూర్ణ పాలిండ్రోమిక్ సంఖ్య

$$11,111,111 \times 111,111,111 = 12345678987654321$$

3. పునరావృత నమూనా:

$$333,333,666,667 \times 33 = 11,0000,11,0000,11$$

ఈ ఉదాహరణలు సంఖ్యలు అంతర్గత అందం మరియు లయను కలిగి ఉండి, సంఖ్యా ఆట యొక్క కీలక అంశాలను ప్రదర్శిస్తాయి.



#### తిరగేసి-కూడటం ద్వారా పాలిండ్రోమ్లు

ఇప్పుడు, ఈ కూడికలను గమనించండి. ఏమి జరుగుతుందో తెలుసుకోవడానికి ప్రయత్నించండి.

అనుసరించాల్సిన దశలు: 2-అంకెల సంఖ్యతో ప్రారంభించండి. ఈ సంఖ్యను దాన్ని తిరగేసిన తరువాత

వచ్చు సంఖ్యని కూడండి. మీకు పాలిండ్రోమ్ వస్తే

ఆపివేయండి లేదా పై దశలను పునరావృతం చేయండి.

మరికొన్ని సంఖ్యల కోసం అదే విధానాన్ని

ప్రయత్నించండి మరియు అవే దశలను

కొనసాగించండి. మీకు పాలిండ్రోమ్ సంఖ్య వస్తే

ఆపివేయండి. ఇలా చాలాసార్లు పునరావృతం

చేయాల్సిన సంఖ్యలు కూడా ఉన్నాయి.

34	29	48	76
43	92	84	67
77	121	132	143
		231	341
		363	484

మీరు పాలిండ్రోమ్ను చేరుకోలేని సంఖ్యలు ఏమైనా ఉన్నాయా?



## మనం అన్వేషిద్దాం



1. 2-అంకెల సంఖ్యతో ప్రారంభించి, పదే పదే సంఖ్యలను రివర్స్ చేయడం మరియు కలపడం వల్ల ఎల్లప్పుడూ పాలిండ్రోమ్ వస్తుందా? అన్వేషించండి మరియు కనుగొనండి.
2. సంఖ్యలను పదే పదే తిరగేసి కలపడంతో 196, ఎల్లప్పుడూ పాలిండ్రోమ్ను ఇస్తుందా?

❖ **పజిల్ సమయం:**

tth    th    h    t    u



సంఖ్యను అక్షరాలలో రాయండి.

నేను 5 అంకెల పాలిండ్రోమ్ని.

నేను ఒక బేసి సంఖ్య.

నా 'పదుల స్థానంలోని' అంకె నా ఒకట్ల స్థానంలోని అంకెకు రెట్టింపు.

నా 'వందల స్థానంలోని' అంకె నా పదుల స్థానంలోని అంకెకు రెట్టింపు.

నేను ఎవరు? \_\_\_\_\_

### 3.6 గడియారం మరియు క్యాలెండర్ సంఖ్యలు

సాధారణ 12-గంటల గడియారంలో, వేర్వేరు సమూహాలతో సమయాలు ఉంటాయి. ఉదాహరణకు, 4:44, 10:10, 12:21.

- ❖ 12 గంటల గడియారంలో సాధ్యమయ్యే ఈ రకమైన అన్ని సమయాలను కనుగొనడానికి ప్రయత్నించండి. ఆరాధ్య పుట్టినరోజు 11/02/2011 ఇక్కడ అంకెలు (ఎడమ నుండి కుడికి, కుడి నుండి ఎడమకు) ముందుకు మరియు వెనుకకు చదివితే ఒకే విధంగా ఎలా ఉందో మనం చూశాము. ఇది పాలిండ్రోమిక్ తేదీ. ఆదిత్య పుట్టినరోజు 20/12/2012న ఉంది, ఇక్కడ '2', '0', '1' మరియు '2' అంకెలు అదే క్రమంలో పునరావృతమవుతాయి. ఇది పాలిన్ డ్రోమ్ తేదీ కాదు.

- ❖ గోపి ఇప్పుడు భవిష్యత్తు కోసం ఒక క్యాలెండర్ చూస్తున్నాడు. భవిష్యత్ సంవత్సరాల్లో దాగి ఉన్న ప్రత్యేక తేదీల కోసం వెతుకుతున్న “టైమ్ డిటెక్టివ్” అని తనను తాను ఊహించుకుంటాడు.

ది మిస్టరీ ఆఫ్ ది మిర్రర్ డేట్స్

గోపి పాలిండ్రోమిక్ తేదీలు చాలా అరుదు అని గమనించాడు.

అతను గతంలో ఒక తేదీని కనుగొన్నాడు: 02/02/2020.

అతను భవిష్యత్తులో ఒక తేదీని కనుగొన్నాడు: 14/02/2041.

తదుపరి వాటిని కనుగొనడానికి మీరు గోపికి సహాయం చేయగలరా?

- ❖ గత సంవత్సరాల నుండి సాధ్యమయ్యే ఈ రకమైన అన్ని తేదీలను కనుగొనండి.

గోపి ఈ సంవత్సరం క్యాలెండర్ చూస్తున్నాడు. అతను “మనం ప్రతి సంవత్సరం క్యాలెండర్ ను ఎందుకు మార్చాలి? మనం ఒకే క్యాలెండర్ ను తిరిగి ఉపయోగించలేమా?” అని ఆలోచించడం ప్రారంభించాడు. మీరు ఏమనుకుంటున్నారు?

గత సంవత్సర క్యాలెండర్ ఈ సంవత్సరం క్యాలెండర్ కంటే భిన్నంగా ఉందని మీరు గమనించి ఉండవచ్చు. అలాగే, వచ్చే సంవత్సరం క్యాలెండర్ కూడా మునుపటి సంవత్సరాల నుండి భిన్నంగా ఉంటుంది.

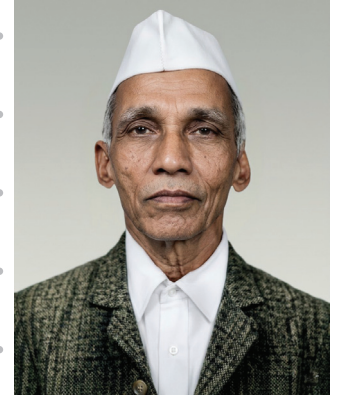
- ❖ కానీ, ఏ సంవత్సరం క్యాలెండర్ అయినా కొన్ని సంవత్సరాల తర్వాత మళ్ళీ పునరావృతమవుతుందా? ఒక సంవత్సరంలోని అన్ని తేదీలు మరియు రోజులు మరొక సంవత్సరంతో సరిగ్గా సరిపోతాయా?



### మనం అన్వేషిద్దాం

- ❖ తేదీ ఫార్మాట్ DD/MM/YYYY అయితే, 03/02/2030 తర్వాత వచ్చే పాలిండ్రోమిక్ తేదీ ఏమిటి? 2031 సంవత్సరంలో ఏవైనా పాలిండ్రోమిక్ తేదీలు ఉన్నాయా? ఎలా సాధ్యం లేదా ఎందుకు సాధ్యం కాదు? సవాలు: 21వ శతాబ్దపు చివరి పాలిండ్రోమిక్ తేదీ (2100 సంవత్సరం వరకు) ఏది ?

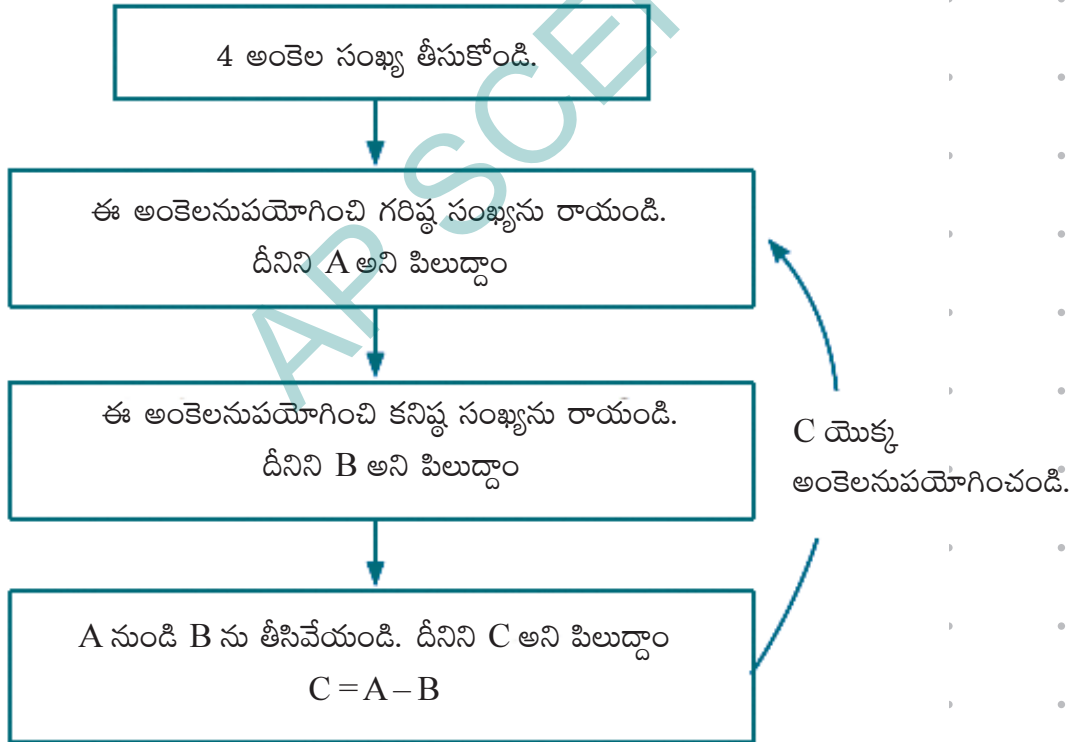
### 3.6 కప్రేకర్ యొక్క మ్యాజిక్ సంఖ్య



డి.ఆర్. కప్రేకర్ మహారాష్ట్రలోని దేవ్లాల్లో ఒక ప్రభుత్వ పాఠశాల గణిత ఉపాధ్యాయుడు. ఆయనకు సంఖ్యలతో ఆడుకోవడం అంటే చాలా ఇష్టం. గతంలో ఎవరికీ తెలియని ఎన్నో అందమైన సంఖ్యా నమూనాలను (patterns) ఆయన కనుగొన్నారు.

1949లో, అతను 4-అంకెల సంఖ్యలతో ఆడుకుంటున్నప్పుడు ఒక మనోహరమైన మరియు మాయాజాల దృగ్విషయాన్ని కనుగొన్నాడు.

ఈ దశలను అనుసరించి ఆ మ్యాజిక్ ను మీరే ఆస్వాదించండి! కనీసం రెండు వేర్వేరు అంకెలు కలిగిన ఏదైనా 4-అంకెల సంఖ్యను ఎంచుకోండి, 6382 అనుకుందాం.



ఇలా కొనసాగిస్తూ ఉంటే ఏమి జరుగుతుంది?

$$A = 8632$$

$$B = 2368$$

$$C = 8632 - 2368 \\ = 6264$$

$$A = 6642$$

$$B = 2466$$

$$C = 6642 - 2466 \\ = 4176$$

$$A = 7641$$

$$B = 1467$$

$$C = 7641 - 1467 \\ = 6174$$

$$A =$$

$$B =$$

$$C =$$



## మనం అన్వేషిద్దాం

విభిన్న అంకెలు గల 4-అంకెల సంఖ్యను తీసుకొని ఈ దశలను అమలు చేయడానికి ప్రయత్నించండి. ఏమి జరుగుతుందో తెలుసుకోండి. మీ స్నేహితులు ఏమి పొందారో తనిఖీ చేయండి.

మీరు ఎల్లప్పుడూ మ్యాజిక్ సంఖ్య '6174' కి చేరుకుంటారు! '6174' సంఖ్యను 'కప్రేకర్ స్థిరాంకం' అని పిలుస్తారు.

కొన్ని 3-అంకెల సంఖ్యలతో ఈ దశలను అనుసరించండి. ఏ సంఖ్య పునరావృతం ప్రారంభమవుతుంది?



## ఆలోచించండి-చేయండి - 3.4

1. సరళ '4', '7', '3' మరియు '2' అంకెలను ఉపయోగిస్తుంది మరియు వాటితో అతి చిన్న మరియు అతిపెద్ద 4-అంకెల సంఖ్యలను తయారు చేసింది అవి: 2347 మరియు 7432. ఈ రెండు సంఖ్యల మధ్య వ్యత్యాసం  $7432 - 2347 = 5085$ . ఈ రెండు సంఖ్యల మొత్తం 9779.

4 - అంకెలను ఎంచుకోండి:

ఎ. 5085 కంటే పెద్ద సంఖ్యలలో గరిష్ట, కనిష్ట సంఖ్యల మధ్య వ్యత్యాసం.

బి. 5085 కంటే చిన్న సంఖ్యలలో గరిష్ట, కనిష్ట సంఖ్యల మధ్య వ్యత్యాసం.

సి. 9779 కంటే పెద్ద సంఖ్యలలో గరిష్ట, కనిష్ట సంఖ్యల మొత్తం.

డి. 9779 కంటే చిన్న సంఖ్యలలో గరిష్ట, కనిష్ట సంఖ్యల మొత్తం.

2. 5-అంకెల పాలిండ్రోమ్ సంఖ్యలలో అతి చిన్న మరియు అతిపెద్ద సంఖ్యల మొత్తం ఎంత? వాటి వ్యత్యాసం ఎంత?

3. ఇప్పుడు సమయం 10:01. గడియారం తదుపరి పాలిండ్రోమిక్ సమయాన్ని చూపించడానికి ఎన్ని నిమిషాలు పడుతుంది? పాలిండ్రోమిక్ సమయం ఏమిటి?

4. కాప్రేకర్ స్థిరాంకాన్ని చేరుకోవడానికి 5683 సంఖ్య ఎన్ని దశలు పడుతుంది?

### 3.8 సరళమైన అంచనా

కొన్నిసార్లు, మనకు వస్తువుల యొక్క ఖచ్చితమైన గణన తెలియకపోవచ్చు లేదా అవసరం ఉండకపోవచ్చు మరియు చేతిలో ఉన్న ప్రయోజనం కోసం ఒక అంచనా సరిపోతుంది. ఉదాహరణకు, మీ పాఠశాల ప్రధానోపాధ్యాయుడికి మీ పాఠశాలలో చేరిన విద్యార్థుల సంఖ్య ఖచ్చితంగా తెలిసి ఉండవచ్చు, కానీ మీకు అంచనా వేసిన సంఖ్య మాత్రమే తెలిసి ఉండవచ్చు. మీ పాఠశాలలో ఎంత మంది విద్యార్థులు ఉన్నారు? దాదాపు 150? 400? ఒక వెయ్యి?

లాస్య తరగతి విభాగంలో 32 మంది పిల్లలు ఉన్నారు. ఆమె తరగతిలోని మిగిలిన 2 విభాగాలలో 29 మరియు 35 మంది పిల్లలు ఉన్నారు. కాబట్టి, ఆమె తరగతిలో పిల్లల సంఖ్య దాదాపు 100 ఉంటుందని ఆమె అంచనా వేసింది. 6వ తరగతితో పాటు, ఆమె పాఠశాలలో 7-10 తరగతులు కూడా ఉన్నాయి మరియు ప్రతి తరగతిలో ఒక్కొక్కటి 3 విభాగాలు ఉన్నాయి. ఆమె ప్రతి తరగతిలో ఇలాంటి సంఖ్యను ఊహించి, తన పాఠశాలలో విద్యార్థుల సంఖ్య దాదాపు 500 ఉంటుందని అంచనా వేసింది.



#### Figure it Out - 3.5

మనం కొన్ని సరళమైన అంచనాలు వేస్తాము. ఇది ఒక ఆహ్లాదకరమైన వ్యాయామం, మరియు మన చుట్టూ ఉన్న వివిధ సంఖ్యలను తెలుసుకోవడం మీకు సరదాగా అనిపించవచ్చు. గుర్తుంచుకోండి, ఈ క్రింది ప్రశ్నలకు ఖచ్చితమైన సంఖ్యలపై మాకు ఆసక్తి లేదు. మీ అంచనా పద్ధతులను తరగతితో పంచుకోండి.

1. మీరు నడవడానికి తీసుకోవలసిన అడుగులు:

- మీరు కూర్చున్న ప్రదేశం నుండి తరగతి గది తలుపు వరకు
- పాఠశాల వైదానం అంతటా ప్రారంభం నుండి చివరి వరకు
- మీ తరగతి గది తలుపు నుండి పాఠశాల ద్వారం వరకు
- మీ పాఠశాల నుండి మీ ఇంటికి

2. మీరు ఎన్నిసార్లు కళ్ళు రెప్ప వేస్తారో లేదా మీరు తీసుకునే శ్వాసల సంఖ్య:

- ఒక నిమిషంలో
- ఒక గంటలో
- ఒక రోజులో

3. మీ చుట్టూ ఉన్న కొన్ని వస్తువులను పేర్కొనండి:

ఎ. కొన్ని వేల సంఖ్యలో

బి. పది వేల కంటే ఎక్కువ సంఖ్యలో

✳ సమాధానాన్ని అంచనా వేయండి

30 సెకన్లలోపు ఊహించడానికి ప్రయత్నించండి. మీ స్నేహితులతో మీ అంచనాను తనిఖీ చేయండి.

4. మీ గణిత పాఠ్యపుస్తకంలో పదాల సంఖ్య:

ఎ. 5000 కంటే ఎక్కువ

బి. 5000 కంటే తక్కువ

5. మీ పాఠశాలలో బస్సులో పాఠశాలకు ప్రయాణించే విద్యార్థుల సంఖ్య:

ఎ. 200 కంటే ఎక్కువ

బి. 200 కంటే తక్కువ

6. అచ్యుత్ 5 మందికి ఖూట్ కస్టర్డ్ తయారు చేయడానికి పాలు మరియు 3 రకాల పండ్లను కొనాలనుకుంటున్నాడు. ఖర్చు ₹ 100 ఉంటుందని అతను అంచనా వేశాడు. మీరు అతనితో ఏకీభవిస్తారా? లేదా ఎందుకు?

7. అమరావతి (ఆంధ్రప్రదేశ్), హైదారాబాద్ (తెలంగాణ) ల మధ్య దూరాన్ని అంచనా వేయండి.

సూచన: ఈ నగరాలను గుర్తించడానికి భారతదేశ పటాన్ని చూడండి.

8. అమర 6వ తరగతి చదువుతోంది మరియు ఆమె ఇప్పటివరకు పాఠశాలలో దాదాపు 13,000 గంటలు గడిపిందని చెప్పింది. మీరు ఆమెతో ఏకీభవిస్తున్నారా? లేదా ఎందుకు?

9. గతంలో, ప్రజలు వేరే రవాణా మార్గాలు లేకపోవడంతో చాలా దూరం నడిచేవారు. మీరు మీ సాధారణ వేగంతో నడిచారని అనుకుందాం. మీరు ఈ క్రింది వాటి నుండి వెళ్ళడానికి సుమారుగా ఎంత సమయం పడుతుంది:

ఎ. మీ ప్రస్తుత స్థానం నుండి సమీపంలోని మీకు ఇష్టమైన ప్రదేశాలలో ఒకదానికి.

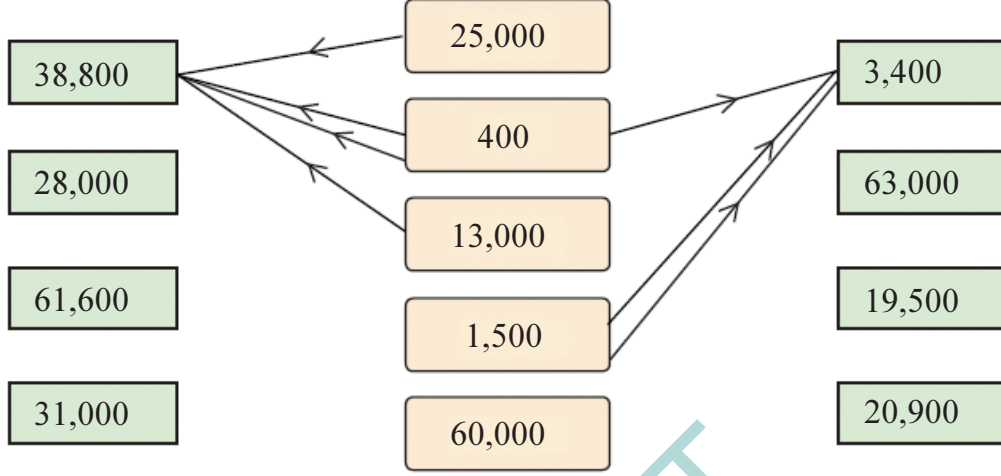
బి. మీ ప్రస్తుత స్థానం నుండి ఏదైనా పొరుగు రాష్ట్ర రాజధాని నగరానికి.

సి. భారతదేశంలో దక్షిణాగ్రం నుండి భారతదేశంలో ఉత్తరాగ్రం వైపు వరకు.

10. కొన్ని అంచనా ప్రశ్నలు వేసి మీ క్లాస్ మేట్లకు సవాలు విసరండి!

### 3.9 మనో గణితం

క్రింద ఉన్న పటాన్ని గమనించండి. సంఖ్యలు మరియు గీసిన రేఖల గురించి మీరు ఏమి చెప్పగలరు?



మధ్య నిలువు వరుసలోని సంఖ్యలను వివిధ మార్గాల్లో కూడి , ఇరువైపులా ఉన్న సంఖ్యలను పొందవచ్చు (1500 + 1500 + 400 = 3400). మధ్యలో ఉన్న సంఖ్యలను అవసరమైనన్ని సార్లు ఉపయోగించి కావలసిన మొత్తాన్ని పొందవచ్చు. కావలసిన మొత్తాలను పొందడానికి మధ్య నుండి ఇరువైపులా ఉన్న సంఖ్యలకు బాణాలు గీయండి.

రెండు ఉదాహరణలు ఇవ్వబడ్డాయి. దీన్ని మానసికంగా చేయడం సులభం!

$$38,800 = 25,000 + 400 \times 2 + 13,000$$

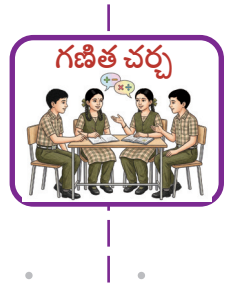
$$3400 = 1500 + 1500 + 400$$

❖ మధ్యలో ఉన్న సంఖ్యలను ఉపయోగించి మనం 1,000 తయారు చేయగలమా?

ఎందుకు సాధ్యం కాదు? 14,000, 15,000 మరియు 16,000 గురించి ఏమిటి?

అవును, అది సాధ్యమే. ఎలాగో అన్వేషించండి. ఏవేవే సంఖ్యలు తయారు

చేయలేము?



#### కూడిక మరియు తీసివేత

ఇక్కడ, పెట్టెలలోని సంఖ్యలను ఉపయోగించి, అవసరమైన సంఖ్యను పొందడానికి కూడిక మరియు తీసివేత

రెండింటినీ ఉపయోగించడానికి మనకు అనుమతి ఉంది. ఒక ఉదాహరణ చూపబడింది.

40,000	7,000
300	1,500
12,000	800

$$39,800 = 40,000 - 800 + 300 + 300$$

$$45,000 =$$

$$5,900 =$$

$$17,500 =$$

$$21,400 =$$

అంకెలు మరియు కార్యకలాపాలు:

రెండు 5-అంకెల సంఖ్యలను కూడి మరొక 5-అంకెల సంఖ్య పొందడానికి

$$\text{ఉదాహరణ: } 12,350 + 24,545 = 36,895.$$

రెండు 5-అంకెల సంఖ్యలను ఒకదాని నుండి మరొకటి తీసి 5-అంకెల సంఖ్య పొందడానికి

$$\text{ఉదాహరణ } 48,952 - 24,547 = 24,405.$$



ఆలోచించండి-చేయండి - 3.6

1. వీలైనప్పుడల్లా క్రింద ఇచ్చిన ప్రతి సన్నివేశానికి ఒక ఉదాహరణ రాయండి.

(5-అంకెలు +  
5-అంకెలు) =  
90,250 కన్నా  
పెద్దదైన సంఖ్య

(5-అంకెలు +  
3-అంకెలు) =  
6 - అంకెల సంఖ్య

(4-అంకెలు +  
4-అంకెలు) =  
6 - అంకెల సంఖ్య

(5-అంకెలు +  
5-అంకెలు) =  
6 - అంకెల సంఖ్య

(5-అంకెలు +  
5-అంకెలు) =  
18,500

(5-అంకెలు -  
5-అంకెలు) =  
56,503 కన్నా  
చిన్నదైన సంఖ్య

(5-అంకెలు -  
3-అంకెలు) =  
4 - అంకెల సంఖ్య

(5-అంకెలు -  
4-అంకెలు) =  
4 - అంకెల సంఖ్య

(5-అంకెలు  
5-అంకెలు) =  
3 - అంకెల సంఖ్య

(5-అంకెలు -  
5-అంకెలు) =  
91,500

అన్ని సందర్భాలకు ఉదాహరణలు కనుగొనగలరా? కాకపోతే, కారణం ఏమిటో ఆలోచించి చర్చించండి. ఇలాంటి ఇతర ప్రశ్నలు వేసి మీ సహ విద్యార్థులకు నవాలు విసరండి.

2. ఎల్లప్పుడూ, కొన్నిసార్లు, ఎప్పుడూ కాదు?

క్రింద కొన్ని ప్రకటనలు ఉన్నాయి. ప్రతి ప్రకటన 'ఎల్లప్పుడూ నిజమా', 'కొన్నిసార్లు మాత్రమే నిజమా' లేదా 'ఎప్పుడూ నిజం కాదు' అనేవి ఆలోచించి, అన్వేషించి కనుగొనండి. మీరు ఎందుకు అలా అనుకుంటున్నారు? మీ కారణాన్ని వ్రాసి తరగతిలో చర్చించండి.

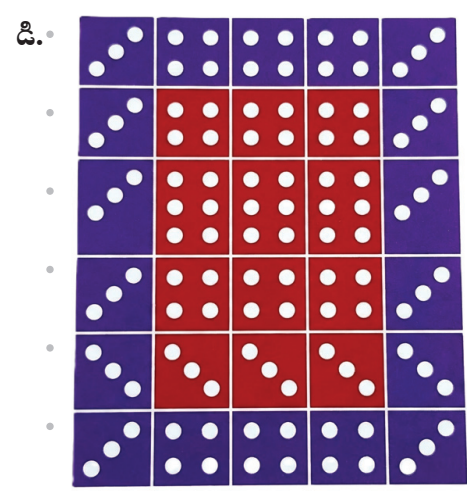
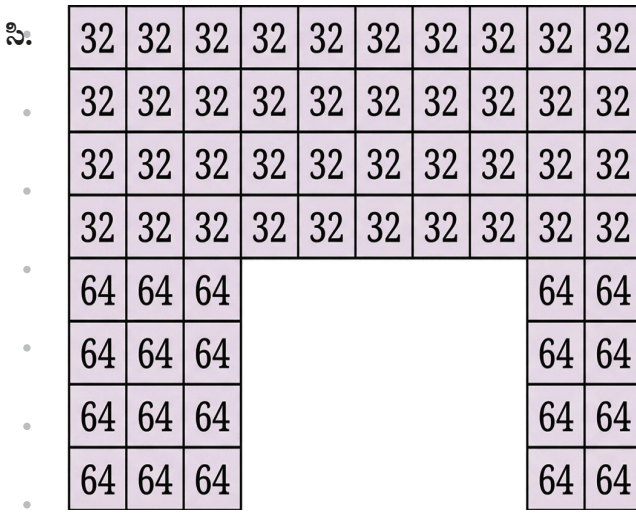
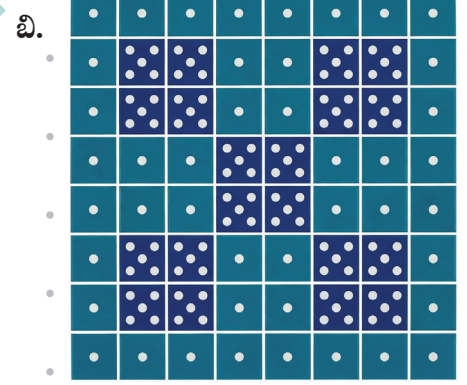
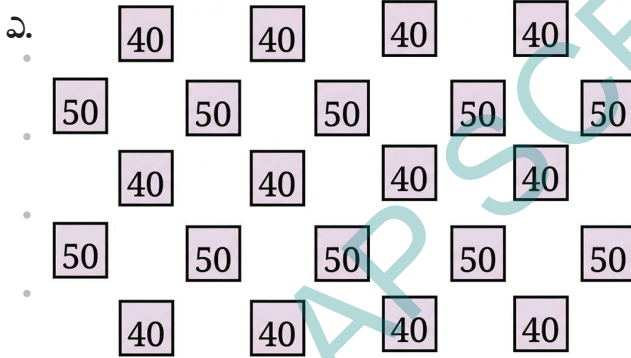


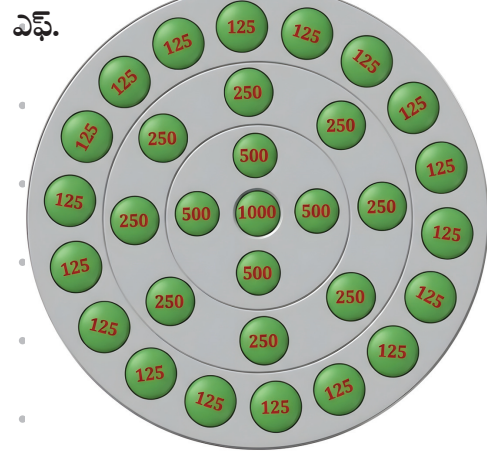
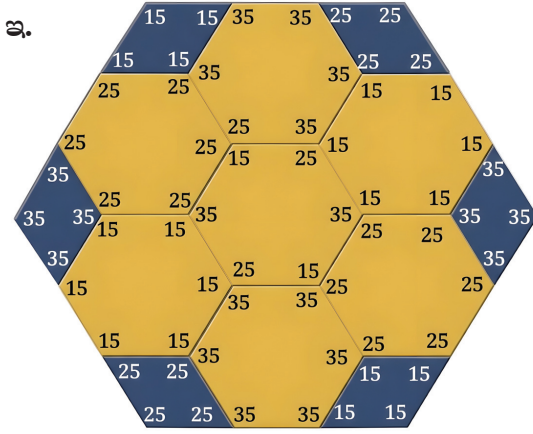
- ఎ. 5-అంకెల సంఖ్య + 5-అంకెల సంఖ్య, మరో 5-అంకెల సంఖ్యను ఇస్తుంది  
 బి. 4-అంకెల సంఖ్య + 2-అంకెల సంఖ్య, మరో 4-అంకెల సంఖ్యను ఇస్తుంది  
 సి. 4-అంకెల సంఖ్య + 2-అంకెల సంఖ్య, మరో 6-అంకెల సంఖ్యను ఇస్తుంది  
 డి. 5-అంకెల సంఖ్య - 5-అంకెల సంఖ్య, మరో 5-అంకెల సంఖ్యను ఇస్తుంది  
 ఇ. 5-అంకెల సంఖ్య - 2-అంకెల సంఖ్య, మరో 3-అంకెల సంఖ్యను ఇస్తుంది

### 3.10 సంఖ్యా నమూనాలతో ఆడుకోవడం

ఇక్కడ కొన్ని సంఖ్యలు కొన్ని క్రమ పద్ధతులలో అమర్చబడ్డాయి. క్రింద ఇవ్వబడిన ప్రతి పటంలోని సంఖ్యల మొత్తాన్ని కనుగొనండి. మనం వాటిని ఒక్కొక్కటిగా కలపాలా లేదా మనం వేగవంతమైన మార్గాన్ని ఉపయోగించవచ్చా?

❖ ఈ ప్రశ్నలను పరిష్కరించడానికి మీలో ప్రతి ఒక్కరూ ఉపయోగించిన వివిధ పద్ధతులను తరగతిలో పంచుకోండి మరియు చర్చించండి.





### 3.11 అపరిష్కృత రహస్యం - కొల్లాట్ట ఊహాగానం!

క్రింద ఉన్న శ్రేణులను చూడండి-అన్ని శ్రేణులలో ఒకే నియమం వర్తించబడుతుంది:

ఎ. 12, 6, 3, 10, 5, 16, 8, 4, 2, 1

బి. 17, 52, 26, 13, 40, 20, 10, 5, 16, 8, 4, 2, 1

సి. 21, 64, 32, 16, 8, 4, 2, 1

డి. 22, 11, 34, 17, 52, 26, 13, 40, 20, 10, 5, 16, 8, 4, 2, 1

ఈ శ్రేణులు ఎలా ఏర్పడ్డాయో చూశారా?

నియమం ఏమిటంటే: ఒకటి, ఏదైనా సంఖ్యతో ప్రారంభమవుతుంది; సంఖ్య సరిసంఖ్య అయితే, దానిలో సగం తీసుకోండి; సంఖ్య బేసి సంఖ్య అయితే, దానిని 3తో గుణించి 1ని కలపండి; పునరావృతం చేయండి.

పైన పేర్కొన్న నాలుగు శ్రేణులు చివరికి సంఖ్య 1కి చేరుకున్నాయని గమనించండి. 1937లో, జర్మన్ గణిత శాస్త్రజ్ఞుడు లోథర్ కొల్లాట్ట మీరు ప్రారంభించే పూర్ణ సంఖ్యతో సంబంధం లేకుండా, క్రమం ఎల్లప్పుడూ 1కి చేరుకుంటుందని ఊహించాడు. నేటికీ - చాలా మంది గణిత శాస్త్రవేత్తలు దానిపై పనిచేసినప్పటికీ - కొల్లాట్ట అంచనా నిజమా కాదా అనేది పరిష్కారం కాని సమస్యగా మిగిలిపోయింది! కొల్లాట్ట అంచనా గణితంలో అత్యంత ప్రసిద్ధ పరిష్కారం కాని సమస్యలలో ఒకటి.

✳ పైన పేర్కొన్న వాటిలాగే మీకు ఇష్టమైన పూర్ణ సంఖ్యలతో ప్రారంభించి మరికొన్ని కొల్లాట్ట సీక్వెన్స్లను తయారు చేయండి. మీరు ఎల్లప్పుడూ 1 కి చేరుకుంటారా?

అటువంటి సీక్వెన్స్లన్నీ చివరికి 1 కి చేరుకుంటాయనే కొల్లాట్ట ఊహను మీరు నమ్ముతున్నారా? ఎందుకు లేదా ఎందుకు కాదు?

### 3.12 ఆటలు మరియు గెలుపు వ్యూహాలు

ఆటలు ఆడటానికి మరియు గెలుపు వ్యూహాలను అభివృద్ధి చేయడానికి కూడా సంఖ్యలను ఉపయోగించవచ్చు.

50 అనే ప్రసిద్ధ ఆట ఇక్కడ ఉంది. దీన్ని సహ విద్యార్థులతో ఆడండి. తర్వాత మీ కుటుంబంతో కలిసి ఇంట్లో ప్రయత్నించండి!

❖ **గేమ్ #1:** హాఫ్-సెంచరీ చేజ్ - ఎవరు ముందుగా 50 పరుగులు చేస్తారు?

**ఆట నియమాలు**

ఇద్దరు ఆటగాళ్ళు బ్యాటింగ్ భాగస్వాములు - వారిని ప్లేయర్ A మరియు ప్లేయర్ B అని పిలుద్దాం. స్కోర్బోర్డ్ 0 వద్ద ప్రారంభమవుతుంది.

ఆటగాడు A ఇన్నింగ్స్ ప్రారంభిస్తాడు మరియు మొదటి బంతికి 1, 2, 3, లేదా 4 పరుగులు చేయగలడు. అప్పుడు, ఆటగాళ్ళు స్కోరుబోర్డ్లోని మునుపటి మొత్తానికి 1, 2, 3, లేదా 4 పరుగులు కలుపుతారు. స్కోర్బోర్డ్ సరిగ్గా 50 పరుగులు చేరుకునేలా చేసిన మొదటి ఆటగాడు హాఫ్-సెంచరీ హీరో.

**ఉదాహరణ:**

A 3 అని చెప్తాడు.

B 2 ను కలిపి 5 అని చెప్తాడు.

A 4 ను కలిపి 9 అని చెప్తాడు.

B 1 ను కలిపి 10 అని చెప్తాడు.

... మరియు ఒకరు 50 చేరే వరకు ఆట కొనసాగుతుంది.

సరిగ్గా ఆడితే ఏ ఆటగాడు ఎల్లప్పుడూ గెలవగలడు?

గెలిచిన ఆటగాడు చెప్పాల్సిన సంఖ్యల నమూనా ఏమిటి?

ఈ ఆట యొక్క అనేక వైవిధ్యాలు ఉన్నాయి. ఇక్కడ మరొక సాధారణ వైవిధ్యం ఉంది:

❖ **గేమ్ #2:** సెంచరీ క్లాష్ - మొదటి 100 ఎవరు చేస్తారు?

**ఆట నియమాలు**

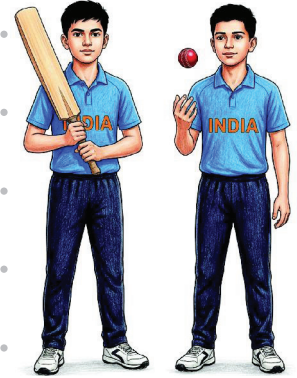
ఇద్దరు ఆటగాళ్ళు ఇప్పుడు స్టార్ బ్యాట్స్మెన్లు - ప్లేయర్ A మరియు ప్లేయర్ B.

స్కోరుబోర్డ్ 0 నుండి ప్రారంభమవుతుంది.

ప్లేయర్ A ఇన్నింగ్స్ను ప్రారంభిస్తాడు మరియు 1 నుండి 10 వరకు ఎన్ని పరుగులు అయినా చేయగలడు.

అప్పుడు ఇద్దరు ఆటగాళ్ళు మునుపటి మొత్తానికి 1 నుండి 10 పరుగులు కలుపుతారు.

సరిగ్గా మొత్తం 100 సాధించిన మొదటి ఆటగాడు సెంచరీ హీరో అవుతాడు



ఉదాహరణ:

A 8 అని చెప్తాడు.

B 7 కలిపి 15 అని చెప్తాడు.

A 9 కలిపి 24 అని చెప్తాడు.

B 8 కలిపి 32 అని చెప్తాడు.

మరియు ఎవరైనా 100 చేరే వరకు మ్యాచ్ కొనసాగుతుంది

మీ క్లౌస్‌మేట్‌తో ఈ ఆటను చాలాసార్లు ఆడండి. ఈ సందర్భంలో మీరు సంబంధిత గెలుపు వ్యూహాన్ని గుర్తించగలరో లేదో చూడండి! ఏ ఆటగాడు ఎల్లప్పుడూ గెలవగలడు? ఈసారి గెలిచిన ఆటగాడు చెప్పాల్సిన సంఖ్యల సమూహా ఏమిటి?

ఈ ఆటలో మీ స్వంత వైవిధ్యాలను తయారు చేసుకోండి - ప్రతి మలుపులో ఎంత జోడించవచ్చో మరియు గెలిచిన సంఖ్య ఎంత అనేది నిర్ణయించుకోండి. తర్వాత మీ ఆటను చాలాసార్లు ఆడి, గెలిచే వ్యూహాన్ని మరియు ఏ ఆటగాడు ఎల్లప్పుడూ గెలవగలడో గుర్తించండి.

❖ గేమ్ #3: ది డిక్రిమెంటర్ (తగ్గించే వ్యవస్థ)

ఆట నియమాలు:

స్కోర్‌బోర్డ్ 40 పరుగుల వద్ద ప్రారంభమవుతుంది.

ఇద్దరు ఆటగాళ్ళు (ప్లేయర్ A మరియు ప్లేయర్ B) వంతులవారీగా ఆడతారు.

మీ వంతున, మీరు ప్రస్తుత స్కోరు నుండి 1 పరుగు, 3 పరుగులు లేదా 5 పరుగులను మాత్రమే తీసివేయవచ్చు.

మొత్తాన్ని సరిగ్గా 0 కి తగ్గించే ఆటగాడు మ్యాచ్ గెలుస్తాడు!

(ఆటగాడు “చివరి వికెట్ తీసుకుంటాడు”)

ఉదాహరణ:

స్కోర్‌బోర్డ్: 40

A 3 తీసివేస్తుంది → స్కోరు = 37

B 5 తీసివేస్తుంది → స్కోరు = 32

A 1 తీసివేస్తుంది → స్కోరు = 31

... ఒక ఆటగాడు “0” అని చెప్పే వరకు కొనసాగించండి - ఆ ఆటగాడు గెలుస్తాడు!



### ఆలోచించండి-చేయండి - 3.7

1. ఈ గ్రిడ్ లో ఒకే ఒక సూపర్ సెల్  
(దాని పొరుగున ఉన్న అన్ని సంఖ్యల  
కంటే పెద్ద సంఖ్య) ఉంది. మీరు  
సంఖ్యలలో ఒకదాని నుండి రెండు

16,200	39,344	29,765
23,609	62,871	45,306
19,381	50,319	38,408



అంకెలను మార్పిడి చేస్తే, 4 సూపర్ సెల్ లు ఉంటాయి. ఏ అంకెలను మార్చుకోవాలో గుర్తించండి.

- మీ పుట్టిన సంవత్సరం నుండి కప్రేకర్ స్థిరాంకాన్ని చేరుకోవడానికి ఎన్ని రౌండ్లు (దశలు) పడుతుంది?
- మేము 35,000 మరియు 75,000 మధ్య ఉన్న 5-అంకెల సంఖ్యల సమూహం, మా అంకెలు అన్నీ బేసి సంఖ్యలు. మా సమూహంలో అతిపెద్ద సంఖ్య ఎవరు? మా సమూహంలో అతి చిన్న సంఖ్య ఎవరు? మాలో ఎవరు 50,000కి దగ్గరగా ఉంటారు?
- వారాంతాలు, పండుగలు మరియు సెలవులతో సహా సంవత్సరంలో మీకు లభించే సెలవుల సంఖ్యను అంచనా వేయండి. తర్వాత, ఖచ్చితమైన సంఖ్యను పొందడానికి ప్రయత్నించండి మరియు మీ అంచనా ఎంత దగ్గరగా ఉందో చూడండి.
- ఒక మగ్, ఒక బకెట్ మరియు ఒక ఓవర్ హెడ్ ట్యాంక్ నింపుటకు ఎన్ని లీటర్ల నీళ్ళు పడతాయో అంచనా వేయండి.
- ఒక 5-అంకెల సంఖ్య మరియు రెండు 3-అంకెల సంఖ్యలను వాటి మొత్తం 18,670 ఉండేలా వ్రాయండి.
- 210 మరియు 390 మధ్య ఒక సంఖ్యను ఎంచుకోండి. సెక్షన్ 3.10లో చూపిన వాటికి సమానమైన సంఖ్య నమూనాను సృష్టించండి. దాని మొత్తం ఈ సంఖ్యకు సమానం కావాలి.
- అధ్యాయం 1, పట్టిక 1 నుండి 2 యొక్క ఘాతాల క్రమాన్ని గుర్తుచేసుకోండి. ఈ క్రమంలోని అన్ని ప్రారంభ సంఖ్యలకు కొల్లాట్ అంచనా ఎందుకు సరైనది?
- కొల్లాట్ అంచనా ప్రారంభ సంఖ్య 100 కు సరిపోతుందో లేదో తనిఖీ చేయండి.
- 0 తో ప్రారంభించి, ఆటగాళ్ళు 1 మరియు 3 మధ్య సంఖ్యలను ప్రత్యామ్నాయంగా జోడిస్తారు. 22 కి చేరుకున్న మొదటి వ్యక్తి గెలుస్తాడు. ఇప్పుడు గెలిచే వ్యూహం ఏమిటి?

## సంగ్రహంగా!

### A. సత్యం / అసత్యం.

1. 575 అనేది ఒక పాలిండ్రోమ్ సంఖ్య. (సత్యం / అసత్యం)
2. 4-అంకెల సంఖ్యలకు 6174ను 'కప్రేకర్ స్థిరాంకం' అంటారు. (సత్యం / అసత్యం)
3. ఒక సూపర్ సెల్ పట్టికలో, అతిచిన్న సంఖ్య కూడా సూపర్ సెల్ కావచ్చు. (సత్యం / అసత్యం)
4. ప్రతి 'కొలాట్స్ వరుస క్రమం' చివరికి 1ని చేరుకుంటుంది. (సత్యం / అసత్యం)

### B. బహుళైచ్ఛిక ప్రశ్నలు.

5. పాలిండ్రోమ్ సంఖ్య అంటే ఏమిటి? ( )
  - ఎ) 10తో భాగించబడే సంఖ్య
  - బి) ఎటువైపు నుండి చదివినా (ముందు నుండి లేదా వెనుక నుండి) ఒకేలా ఉండే సంఖ్య
  - సి) అంకెలు పునరావృతమయ్యే సంఖ్య
  - డి) ఒక ప్రధాన సంఖ్య
6. 1729 సంఖ్య యొక్క (final digit sum) ఒక అంకె వచ్చే వరకు అంకెల మొత్తం : ( )
  - ఎ) 19                      బి) 10                      సి) 1                      డి) 7
7. 3-అంకెల కప్రేకర్ స్థిరాంకం (Kaprekar constant) ఏది? ( )
  - ఎ) 495                      బి) 999                      సి) 174                      డి) 100

### C. ఖాళీలను పూరించండి.

8. కొలాట్స్ నియమంలో (Collatz rule), సంఖ్య 'సరి సంఖ్య' అయితే దానిని \_\_\_\_\_ తో భాగించాలి.

### D. Assertion-Reason

9. నిశ్చితం (A): 1221 ఒక పాలిండ్రోమ్ సంఖ్య.  
 కారణం (R): ఇది ఎడమ నుండి కుడికి మరియు కుడి నుండి ఎడమకు చదివినప్పుడు ఒకేలా ఉంటుంది.  
 సరైన ఎంపికను ఎంచుకోండి:
  - ఎ) A మరియు R రెండూ సరైనవి, R అనేది A కి సరైన వివరణ.
  - బి) A మరియు R రెండూ సరైనవి, కానీ R అనేది Aకి సరైన వివరణ కాదు.
  - సి) A సరైనది కానీ R తప్పు.
  - డి) A తప్పు కానీ R సరైనది.

10. “సూపర్ సెల్స్” కృత్యంలో, ఒక సంఖ్యను సూపర్ సెల్ గా పరిగణించాలంటే దానికి ఉండవలసిన ప్రత్యేక నిబంధన ఏమిటి?
11. కొలాట్ కన్వెక్టర్ లో వరుస క్రమాన్ని రూపొందించడానికి ఉపయోగించే రెండు నియమాలను వివరించండి.
12. కింద ఇవ్వబడిన వాక్యానికి ఒక ఉదాహరణ రాయండి.
- (4-అంకెల సంఖ్య) - (4-అంకెల సంఖ్య) = 3-అంకెల సంఖ్య.
13. “హాఫ్-సెంచరీ ఛేజ్” (50 పరుగుల లక్ష్యం) మరియు “సెంచరీ క్లాష్” (100 పరుగుల లక్ష్యం)లను పోల్చండి. ప్రతి మలుపులో 1, 2, 3 లేదా 4 పరుగులు కలిపితే, మొదటి ఆటగాడి గెలుపు వ్యూహం ఏమిటో గుర్తించండి.

## సారాంశం

- సమాచారాన్ని తెలియజేయడానికి, సమానాలను తయారు చేయడానికి మరియు కనుగొనడానికి, పరిమాణాలను అంచనా వేయడానికి, పజిల్లను పరిష్కరించడానికి మరియు ఆటలను ఆడటానికి మరియు గెలవడానికి అనేక విభిన్న ప్రయోజనాల కోసం సంఖ్యలను ఉపయోగించవచ్చు.
- ఈ ప్రయోజనాల కోసం సంఖ్యలను ఉపయోగించడానికి సమితి విధానాల గురించి ఆలోచించడం మరియు రూపొందించడం ఉపయోగకరమైన నైపుణ్యం మరియు సామర్థ్యం (‘గణనాత్మక ఆలోచన’ అని పిలుస్తారు).
- సంఖ్యల గురించి చాలా సమస్యలను అడగడం చాలా సులభం, కానీ పరిష్కరించడం చాలా కష్టం. నిజానికి, ఇటువంటి అనేక సమస్యలు ఇప్పటికీ పరిష్కరించబడలేదు (ఉదాహరణకు, కొలాట్ అంచనా).

# 4

## దత్తాంశ నిర్వహణ మరియు ప్రదర్శన



### అభ్యసన ఫలితాలు:

#### అభ్యాసకులు

- పరిసరాల నుండి సమాచారం (డేటా)ను సేకరించి నిర్వహించగలరు. (CG-5)
- నమోదు చేయబడిన డేటాను పట్టిక కోసం అనుకూలమైన రీతిలో ప్రదర్శించి డేటాను అనుకూల రూపంలోకి సూచించగలరు. (CG-5)
- దత్తాంశం(డేటా) యొక్క వివిధ రకాల వివరణలను పోల్చగలరు. (CG-5)
- తగిన స్కేల్ను ఎంచుకుని, డేటా ప్రాతినిధ్య భావనను ఉపయోగించి, చిత్రాలు గీస్తారు మరియు కొత్త సమస్యలను సృష్టిస్తారు. (CG-5)
- సైన్స్, సామాజిక శాస్త్రాలు, క్రీడల వంటి బహుళ విషయాలతో గణితం యొక్క పరస్పర చర్యను గుర్తించగలుగుతారు. (CG-10)

### 4.0 పరిచయం

మీ సహవిద్యార్థులను వారికి ఇష్టమైన రంగుల గురించి అడిగితే, మీకు ఆ రంగుల జాబితా లభిస్తుంది. ఈ జాబితా దత్తాంశం(డేటా)కు ఒక ఉదాహరణ. అదేవిధంగా, మీరు మీ తరగతిలోని ప్రతి విద్యార్థి బరువును కొలిస్తే, మీకు బరువు సంబంధిత కొలతల సేకరణ లభిస్తుంది - ఇది కూడా ఒక దత్తాంశం.

ఏ విషయాల గురించి అయినా సమాచారాన్ని తెలియజేసే వాస్తవాలు, సంఖ్యలు, కొలతలు, పరిశీలనలు లేదా ఇతర విషయాల వివరణల సేకరణను దత్తాంశం అంటారు.

మనం సమాచార యుగంలో జీవిస్తున్నాము. కొత్త మరియు ఆసక్తికరమైన మార్గాల్లో మనకు అందించబడిన పెద్ద మొత్తంలో దత్తాంశంను మనం నిరంతరం చూస్తాము. ఈ అధ్యాయంలో, దత్తాంశంను ప్రదర్శించే కొన్ని మార్గాలను మరియు అటువంటి దత్తాంశం నుండి సరిగ్గా ప్రదర్శించడానికి, అర్థం చేసుకోవడానికి మరియు అంచనాలను రూపొందించడానికి ఆ మార్గాలలో కొన్నింటిని ఎలా ఉపయోగించవచ్చో అన్వేషిస్తాము!

## 4.1 దేటాను సేకరించడం మరియు నిర్వహించడం

నవ్య మరియు నరేష్ వారికి ఇష్టమైన ఆటల గురించి చర్చిస్తున్నారు.



క్రికెట్ నాకు  
ఇష్టమైన ఆట!

నేను అప్పుడప్పుడు క్రికెట్ ఆడుతాను  
కానీ నాకు హాకీ అంటే చాలా ఇష్టం.



మన తరగతిలో క్రికెట్ అత్యంత  
ప్రజాదరణ పొందిన ఆట  
అని నా అభిప్రాయం.

నాకు ఖచ్చితంగా తెలియదు. మన  
తరగతిలో అత్యంత ప్రజాదరణ పొందిన  
ఆటను ఎలా కనుగొనాలి ?



నవ్య, నరేష్ తమ తరగతిలో అత్యంత ప్రజాదరణ  
పొందిన ఆటను గుర్తించటానికి ఏమి చేయాలి?  
మీరు వారికి సహాయం చేయగలరా ?

- ❖ నరేష్ మరియు నవ్య తరగతిలోని ప్రతి విద్యార్థి దగ్గరికి వెళ్లి వారికి ఇష్టమైన ఆట ఏది అని అడగాలని నిర్ణయించుకున్నారు. తరువాత వారు ఒక జాబితాను తయారు చేశారు. నవ్య పట్టిక 1లో జాబితాను చూపుతోంది.



కార్తీక్ - కబడ్డీ  
ఆద్య - హాకీ  
సిమ్రాన్ - కబడ్డీ  
నందు - బ్యాడ్మింటన్  
అంకిత - కబడ్డీ  
యశోద - హాకీ  
నీరజ - క్రికెట్  
రెహనా - హాకీ  
భాస్కర్ - బ్యాడ్మింటన్  
మోనిక - ఫుట్ బాల్  
తాహిరా - క్రికెట్

పుష్కర్ - ఫుట్ బాల్  
డెన్ని - బ్యాడ్మింటన్  
జాన్వీ - ఫుట్ బాల్  
లీలా - హాకీ  
అఫ్సాన్ - హాకీ  
శంకర్ - క్రికెట్  
గురుప్రీత్ - హాకీ  
తేజ - కబడ్డీ  
భవ్య - క్రికెట్  
మోహన్ - కబడ్డీ

అనన్య - కబడ్డీ  
కుశాల్ - బ్యాడ్మింటన్  
రాజేష్ - ఫుట్ బాల్  
తారా - ఫుట్ బాల్  
యాదయ్య - క్రికెట్  
సాన్వి - హాకీ  
జాన్ పాల్ - బ్యాడ్మింటన్  
యువరాజ్ - ఫుట్ బాల్  
హర్ష - హాకీ  
జ్యోతి - క్రికెట్

### పట్టిక-1


“నేను దత్తాంశం సేకరించాను. ఇప్పుడు నేను అత్యంత ప్రజాదరణ పొందిన ఆటను గుర్తించగలను!” అని నవ్య (సంతోషంగా) చెప్పింది.

మరికొందరు పిల్లలు జాబితాను చూస్తూ, “మనం ఇంకా అత్యంత ప్రజాదరణ పొందిన ఆటను స్పష్టంగా కనిపెట్టలేకపోయాము. ఈ జాబితా నుండి దాన్ని ఎలా పొందగలం?” అని ఆలోచిస్తున్నారు.

✿ **పట్టిక 1 నుండి కింది వాటికి సమాధానం ఇవ్వండి.**

1. సరేష్ మరియు నవ్య క్లాస్‌మేట్స్‌లో అత్యంత ప్రాచుర్యం పొందిన గేమ్ (ఆట)ను కనుగొనడానికి మీరు ఏమి చేస్తారు?
2. వారి తరగతిలో అత్యంత ప్రాచుర్యం పొందిన గేమ్ ఏది?
3. మీ క్లాస్‌మేట్స్‌లో అత్యంత ప్రాచుర్యం పొందిన గేమ్‌ను కనుగొనడానికి ప్రయత్నించండి.
4. హరిత క్రింద ఇవ్వబడిన ప్రశ్నలకు సమాధానం ఇవ్వాలనుకుంటుంది. దత్తాంశం సేకరణను నిర్వహించాల్సిన ప్రశ్నలకు (✓) టిక్ చేయండి మరియు ఆమె దత్తాంశమును సేకరించాల్సిన అవసరం లేని ప్రశ్నలకు ఒక క్రాస్ (X) వేయండి. మీ సమాధానాలను తరగతిగదిలో చర్చించండి.
 

ఎ. ఆమె క్లాస్‌మేట్స్‌లో అత్యంత ప్రజాదరణ పొందిన టీవీ షో ఏది?	<input type="checkbox"/>
బి. భారతదేశానికి ఎప్పుడు స్వాతంత్ర్యం వచ్చింది?	<input type="checkbox"/>
సి. ఆమె ప్రాంతంలో ఎంత నీరు వృధా అవుతోంది?	<input type="checkbox"/>
డి. భారతదేశ రాజధాని ఏది?	<input type="checkbox"/>

✿ నీలేష్ సార్ ఒక టీచర్. కొత్త సంవత్సరం జరుపుకోవడానికి తరగతికి స్వీట్లు తీసుకురావాలని నిర్ణయించుకున్నాడు. దగ్గర్లోని స్వీట్స్ షాపులో జిలేబీ, గులాబ్ జాము, లడ్డూ, బర్ఫీ మరియు రసగుల్లాలు ఉన్నాయి. అతను పిల్లల ఇష్టం తెలుసుకోవాలనుకున్నాడు. బోర్డు మీద స్వీట్ల పేర్లు రాసి, ప్రతి పిల్లవాడిని వారి ఇష్టాన్ని చెప్పమని అడిగాడు. ప్రతి విద్యార్థిని ‘|’ అనే గణన చిహ్నంతో సూచిస్తూ, లెక్కింపు 5కి చేరుకున్నప్పుడు, మునుపటి నాలుగు చిహ్నాలపై ఒక అడ్డుగీత వేసి, **టేబుల్ 2**లో ఉన్నట్లుగా  గుర్తు పెట్టాడు.



**పేజి 2**

స్వీట్స్	గణన చిహ్నాలు(టాలి మార్కులు)	విద్యార్థుల సంఖ్య
జిలేబి		6
గులాబ్ జామున్		9
లడ్డు		
బర్ఫి		
రసగుల్లా		

**\* పట్టిక 2 నుండి కింది వాటికి సమాధానం ఇవ్వండి.**

1. నీలేష్ సర్ సరైన సంఖ్యలో స్వీట్లు కొనుటకు సహాయపడటానికి పై పట్టికను పూర్తి చేయండి:

ఎ. ఎంత మంది విద్యార్థులు జిలేబీని ఎంచుకున్నారు?

బి. బర్ఫిని  విద్యార్థులు ఎంచుకున్నారు.

సి. ఎంత మంది విద్యార్థులు లడ్డును ఎంచుకున్నారు?

డి. రసగుల్లాను  విద్యార్థులు ఎంచుకున్నారు.

ఇ. ఎంత మంది విద్యార్థులు గులాబ్ జామును ఎంచుకున్నారు?

నీలేష్ సర్ సిబ్బందిలో ఒకరిని పట్టికలో ఇచ్చిన విధంగా స్వీట్లు తీసుకురావాలని కోరారు. పై పట్టిక సరైన సంఖ్యలో స్వీట్లు కొనడానికి అతనికి సహాయపడింది.

2. పై పట్టిక ప్రతి రకమైన మిఠాయిని సరైన విద్యార్థికి పంపిణీ చేయడానికి సరిపోతుందా? వివరించండి.

అది సరిపోకపోతే, ప్రత్యామ్నాయం ఏమిటి?

దత్తాంశ సమూహంలో ఒక నిర్దిష్ట విలువ లేదా అంశం ఎన్నిసార్లు కనిపిస్తుందో ఆ సంఖ్యను పౌనఃపున్యం(ఫ్రీక్వెన్సీ) అంటారు. 6, 9,... మొదలైన సంఖ్యలు వరుసగా జిలేబీ, గులాబ్ జాము...ల పౌనఃపున్యంలు మరియు నీలేష్ సర్ తయారుచేసిన పట్టికను పౌనఃపున్య విభజన పట్టిక అంటారు.

- ❖ సంధ్య మేడమ్ తన విద్యార్థులను వారు ధరించే బూట్ల సైజుల గురించి అడిగారు. ఆమె దత్తాంశమును బోర్డుపై నమోదు చేశారు.

4	5	3	4	3	4	5	5	4
5	5	4	5	6	4	3	5	6
4	6	4	5	7	5	6	4	5

తరువాత ఆమె విద్యార్థుల బూట్ల కొలతలను ఆరోహణ క్రమంలో అమర్చారు -  
3, 3, 3, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 5, 5, 5, 5, 5, 5, 5, 5, 5, 5, 5, 6, 6, 6, 6, 7

- ❖ పైన పేర్కొన్న ఆరోహణ క్రమం నుంచి కింది వాటికి సమాధానం ఇవ్వండి:

1. ఆమెకు ఈ క్రింది వాటిని గుర్తించడంలో సహాయపడండి:
  - ఎ. తరగతిలో అతిపెద్ద బూటు కొలత \_\_\_\_\_.
  - బి. తరగతిలో అతి చిన్న బూటు కొలత \_\_\_\_\_.
  - సి. 5 కొలత గల బూటు ధరించే విద్యార్థులు \_\_\_\_\_ మంది ఉన్నారు.
  - డి. 4 కంటే ఎక్కువ కొలతలు గల బూటు ధరించే విద్యార్థులు \_\_\_\_\_ మంది ఉన్నారు.
2. దత్తాంశమును ఆరోహణ క్రమంలో అమర్చడం వల్ల ఈ ప్రశ్నలకు సమాధానం ఇవ్వడానికి ఎలా సహాయపడింది?
3. దత్తాంశము(డేటా)ను అమర్చడానికి ఏవైనా ఇతర మార్గాలు ఉన్నాయా?



## ప్రాజెక్ట్ పని-1

మీ చుట్టూ మీరు చూసే కొన్ని పువ్వులు సేకరించి వాటి పేర్లు రాయండి. దత్తాంశమును నమోదు చేసి కింది పట్టికను పూరించండి:

పువ్వులు	పువ్వుల సంఖ్య
రోజా	
మల్లె	
...	
....	

- ఎ. అత్యధిక సంఖ్యలో ఏ రకమైన పువ్వు కనుగొనబడింది?
- బి. అతి తక్కువ సంఖ్యలో ఏ రకమైన పువ్వు కనుగొనబడింది?
- సి. ఒకే సంఖ్యలో ఏవైనా రెండు రకాల పువ్వులు కనిపించాయా?



## ప్రాజెక్ట్ పని-2

ఒక ఖాళీ కాగితం తీసుకుని వార్తాపత్రిక నుండి ఏదైనా చిన్న వార్తను అతికించండి. ప్రతి విద్యార్థి వేర్వేరు వార్తా కథనాన్ని ఉపయోగించవచ్చు. ఇప్పుడు, క్రింద ఇవ్వబడిన విధంగా కాగితంపై ఒక పట్టికను సిద్ధం చేయండి. వార్తా కథనంలోని పదాలలో 'c', 'e', 'i', 'r' మరియు 'x' అక్షరాల సంఖ్యను లెక్కించి, పట్టికను పూరించండి.

అక్షరాలు	c	e	i	r	x	మీకు నచ్చిన ఏదైనా ఇతర అక్షరం
వార్తలలో ఎన్నిసార్లు						
కనుగొనబడ్డాయి						

ఎ. అత్యధిక సార్లు కనుగొనబడిన అక్షరం \_\_\_\_\_.

బి. అతి తక్కువ సార్లు కనుగొనబడిన అక్షరం \_\_\_\_\_.

సి. 'c', 'e', 'i', 'r', 'x' అనే ఐదు అక్షరాలను వాటి పౌనఃపున్యాల ఆరోహణ క్రమంలో జాబితా (లిస్టు) చేయండి. ఇప్పుడు, మీ జాబితా క్రమాన్ని మీ క్లాస్ మేట్స్ జాబితా క్రమంతో పోల్చండి. మీరు రాసిన క్రమం వారి క్రమం లాగానే ఉందా లేదా దాదాపుగా ఒకేలా ఉందా? (దాదాపు అందరికీ 'x, c, r, i, e' అనే క్రమం వచ్చే అవకాశం ఉంది.) ఇలా ఎందుకు అని మీరు అనుకుంటున్నారు?

❖ **ఉదాహరణ :** పాఠశాలకు చేరుకోవడానికి విద్యార్థులు ఉపయోగించే రవాణా మార్గాలపై అంజలి కొంత దత్తాంశమును సేకరించింది : నడక, బస్సు, ఆటో, నడక, ఆటో, బస్సు, నడక, సైకిల్, నడక, ఆటో, బస్సు, నడక, సైకిల్, నడక, నడక, సైకిల్, బస్సు, నడక, బస్సు, బస్సు, నడక, సైకిల్, నడక, నడక, ట్రైసైకిల్, ఆటో, బస్సు, నడక, ఆటో, నడక. ఈ దత్తాంశం కోసం పౌనఃపున్య విభజన పట్టికను సిద్ధం చేయండి.

**సమాధానం :** పైన పేర్కొన్న దత్తాంశమును గణన చిహ్నాల (టాలీ మార్కుల)తో పౌనఃపున్య విభజన పట్టికగా



రవాణా మార్గాలు	గణన చిహ్నాలు	పౌనఃపున్యం
నడక		13
బస్సు		7
సైకిలు		4
ఆటో		5
మూడు చక్రాల సైకిలు		1



## ఆలోచించండి-చేయండి - 4.1

- ఒక సెలవు రోజు చిన్న ఉదయం 9 గంటల నుండి 10 గంటల వరకు తన ఇంటి ముందు రోడ్డు మీదుగా వెళ్ళే వివిధ రవాణా సాధనాలను జాబితా తయారుచేశాడు:

బైక్	కారు	బైక్	బస్సు	బైక్	బైక్
బైక్	ఆటో	సైకిల్	త్రిచక్ర వాహనం	సైకిల్	ఆటో
కారు	స్కూటర్	కారు	ఆటో	సైకిల్	బైక్
కారు	ఆటో	బైక్	స్కూటర్	బైక్	కారు
సైకిల్	స్కూటర్	సైకిల్	స్కూటర్	బైక్	బస్సు
ఆటో	ఆటో	బైక్	సైకిల్	బస్సు	బైక్
సైకిల్	స్కూటర్	బస్సు	స్కూటర్	ఆటో	బైక్
స్కూటర్	సైకిల్	బైక్	త్రిచక్ర వాహనం	ఆటో	స్కూటర్
కారు	స్కూటర్				

ఎ. పై దత్తాంశముకి పౌనఃపున్య విభజన పట్టికను సిద్ధం చేయండి.

బి. ఏ రవాణా సాధనాన్ని ఎక్కువగా ఉపయోగించారు?

సి. ఈ దత్తాంశమును సేకరించడానికి మీరు అక్కడ ఉంటే, మీరు దానిని ఎలా చేయగలరు? సోపానక్రమం లేదా ప్రక్రియను వ్రాయండి.

- ఒక పాచికను 15 సార్లు వేసి, ప్రతిసారీ మీరు పొందిన సంఖ్యను నమోదు చేయండి. టాలీ మార్కులను ఉపయోగించి పౌనఃపున్య విభజన పట్టికను సిద్ధం చేయండి. కనిపించిన సంఖ్యను కనుగొనండి.

ఎ. కనిష్టంగా

బి. గరిష్టంగా

సి. సమాన సంఖ్యలలో కనిపించిన సంఖ్యలను కనుగొనండి.

- జన్ ఫ్రీట్ బువ్రూ తన గత 30 మ్యాచ్లలో ఎన్ని వికెట్లు తీసుకున్నాడనే దత్తాంశముతో కూడిన పౌనఃపున్య విభజన పట్టికను స్వప్న ఇలా తయారు చేసింది:

తీసుకున్న వికెట్లు	మ్యాచ్ల సంఖ్య
0	2
1	4
2	6
3	8
4	3
5	5
6	1
7	1



- ఎ. ఈ పట్టిక ఏ సమాచారాన్ని అందిస్తుంది?
- బి. ఈ పట్టిక యొక్క శీర్షిక ఏమిటి?
- సి. ఈ పట్టికలో మీ దృష్టిని ఆకర్షించినది ఏమిటి?
- డి. బుర్రూ ఎన్ని మ్యూచ్లలో 4 వికెట్లు తీసుకున్నాడు?
- ఇ. శివ ఇలా అన్నాడు, “అతను తన చివరి 30 మ్యూచ్లలో తీసిన మొత్తం వికెట్ల సంఖ్యను తెలుసుకోవాలంటే, మనం 0, 1, 2, 3 ... 7 సంఖ్యలను కూడాలి. ఈ విధంగా శివ, బుర్రూ తీసుకున్న మొత్తం వికెట్ల సంఖ్యను పొందగలడా? కారణం తెలపండి.
- ఎఫ్. ఈ పట్టికను ఉపయోగించి బుర్రూ తన చివరి 30 మ్యూచ్లలో తీసుకున్న మొత్తం వికెట్ల సంఖ్యను మీరు ఎలా సరిగ్గా కనుగొంటారు?

### ఉపాధ్యాయులకు గమనిక

దత్తాంశమును సేకరించడానికి మరియు నిర్వహించడానికి మరిన్ని అవకాశాలను కల్పించండి. విద్యార్థులను వారి తరగతి గదిలోని అత్యధిక విద్యార్థులు ఇష్టపడే రంగు, ఆట, బొమ్మ, పాఠశాల సజ్జెక్టు మొదలైనవాటిని ఊహించమని అడగండి మరియు దాని కోసం దత్తాంశమును సేకరించమనండి. ఇది ఒక ఆహ్లాదకరమైన కార్యకలాపం కావచ్చు, దీనిలో వారు తమ సహవిద్యార్థుల గురించి కూడా నేర్చుకుంటారు. వారు దత్తాంశమును వివిధ మార్గాల్లో ఎలా నిర్వహించవచ్చో చర్చిస్తారు, ప్రతి దత్తాంశ నిర్వహణకు దాని స్వంత ప్రయోజనాలు మరియు పరిమితులు ఉన్నాయి. ఈ నిర్వహణలలో గల క్లిష్టతలపై విద్యార్థులతో చర్చించి వాటి పరిష్కారాలను కనుగొననివ్వండి. తరగతిలో వారి పరిశోధన ప్రక్రియలు మరియు తీర్మానాలను ప్లాన్ చేసి ప్రదర్శించనివ్వండి.

## 4.2. పటచిత్రాలు

పటచిత్రాలు (పిక్చోగ్రాఫ్లు) అనేవి ఎటువంటి సంఖ్యలను వ్రాయకుండా దత్తాంశమును సూచించడానికి ఉపయోగించే ఒక దృశ్యమాన మరియు సూచనాత్మక మార్గం. ఈ చిత్రాన్ని చూడండి — మీరు క్రింది తరగతులలో దీని పరిచయం కలిగి ఉండవచ్చు.

ప్రయాణ సాధనాలు	విద్యార్థుల సంఖ్య	1 విద్యార్థి = 😊
ఫ్రైవేటుకారు	😊😊😊😊	
పబ్లిక్ బస్సు	😊😊😊😊😊	
స్కూల్ బస్సు	😊😊😊😊😊😊😊😊😊😊😊😊	
సైకిలు	😊😊😊	
నడక	😊😊😊😊😊😊😊😊	

విద్యార్థులు ఉపయోగించే వివిధ ప్రయాణ విధానాలను ఒక్క సారి చూసి అర్థం చేసుకోవడానికి ఈ చిత్రం మీకు సహాయపడుతుంది. ఈ చిత్రం ఆధారంగా, ఈ క్రింది ప్రశ్నలకు సమాధానం ఇవ్వండి:

- ఎక్కువ మంది విద్యార్థులు ఏ ప్రయాణ విధానాన్ని ఉపయోగిస్తారు?
- తక్కువ మంది విద్యార్థులు ఏ ప్రయాణ విధానాన్ని ఉపయోగిస్తారు?

పటచిత్రం వస్తువుల చిత్రాల ద్వారా దత్తాంశమును సూచిస్తుంది. ఇది దత్తాంశం గురించిన ప్రశ్నలకు త్వరగా చూసి సమాధానం ఇవ్వడానికి సహాయపడుతుంది.

పైన పేర్కొన్న పటచిత్రంలో, ఒక విద్యార్థిని నూచించడానికి ఒక యూనిట్ లేదా చిహ్నం ఉపయోగించబడుతుంది. ఒక యూనిట్ లేదా చిహ్నం అనేక మంది వ్యక్తులు లేదా వస్తువులను సూచించే ఇతర పటచిత్రాలు కూడా ఉన్నాయి.

❖ **ఉదాహరణ :** నంద కిషోర్ “తన పాఠశాల విద్యార్థులు ఎంత తరచుగా రాత్రిపూట కనీసం 9 గంటలు నిద్రపోయారనే దాని గురించి” వారి ప్రతిస్పందనలను సేకరించాడు. అతను ఆ దత్తాంశం నుండి ఒక పటచిత్రాన్ని సిద్ధం చేశాడు:

ప్రతిస్పందన	విద్యార్థుల సంఖ్య (▲ = 10 మంది విద్యార్థులు)
ఎల్లప్పుడూ	▲▲▲▲▲
కొన్నిసార్లు	▲▲▲
ఎప్పుడూ లేదు	▲▲▲▲

పటచిత్రాన్ని ఉపయోగించి కింది ప్రశ్నలకు సమాధానం ఇవ్వండి.

1. ఎల్లప్పుడూ, రాత్రిపూట కనీసం 9 గంటలు నిద్రపోయే పిల్లల సంఖ్య ఎంత?
2. కనీసం 9 గంటలు కొన్నిసార్లు మాత్రమే నిద్రపోయే పిల్లల సంఖ్య ఎంత?
3. ప్రతి రోజు ఎంత మంది పిల్లలు 9 గంటల కంటే తక్కువ నిద్రపోయేవారున్నారు? మీరు మీ సమాధానం ఎలా పొందారో వివరించండి.

**సమాధానాలు:**

1. పట్టికలో, ‘ఎల్లప్పుడూ’ కోసం 5 చిత్రాలు ▲ ఉన్నాయి. ప్రతి చిత్రం ▲ 10 మంది పిల్లలను సూచిస్తుంది. అందువల్ల, 5 చిత్రాలు  $5 \times 10 = 50$  మంది పిల్లలను సూచిస్తాయి.
2. రెండు పూర్తి చిత్రాలు ▲ ( $2 \times 10 = 20$ ) మరియు సగం చిత్రం ▲ (10 లో సగం = 5) ఉన్నాయి. అందువల్ల, కనీసం 9 గంటలు మాత్రమే కొన్నిసార్లు నిద్రపోయే పిల్లల సంఖ్య  $20 + 5 = 25$ .

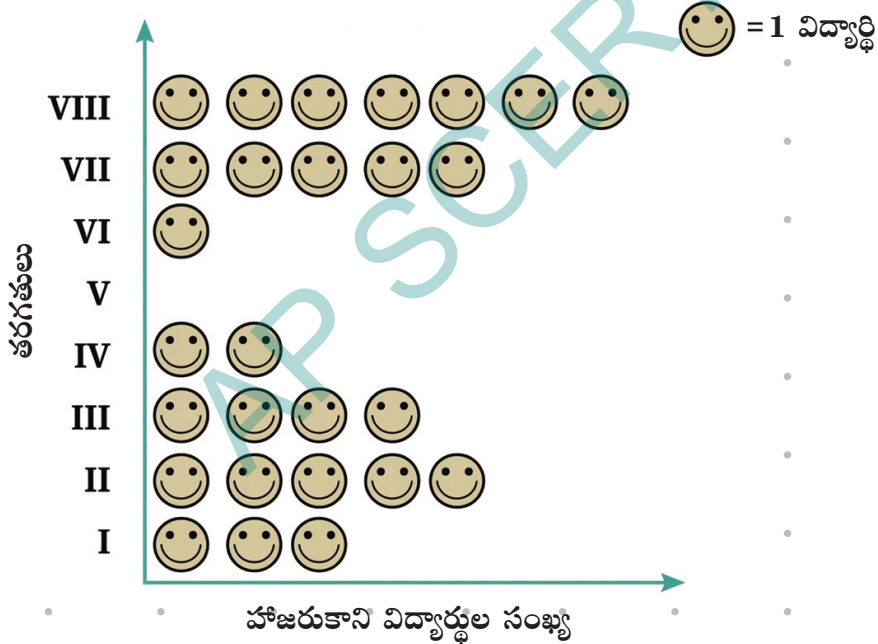
3. 'ఎప్పుడూలేదు' కోసం 4 పూర్తి చిత్రాలు ఉన్నాయి. అందువల్ల,  $4 \times 10 = 40$  మంది పిల్లలు రాత్రిపూట కనీసం 9 గంటలు నిద్రపోరు, అంటే, వారు ఎల్లప్పుడూ 9 గంటల కంటే తక్కువ నిద్రపోతారు.

#### 4.2.1. పటచిత్రం గీయడం

ఒక రోజు, విజయ్ ప్రతి తరగతిలో ఎంత మంది విద్యార్థులు గైర్జాబరయ్యారో దత్తాంశమును సేకరించాడు:

తరగతి	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII
విద్యార్థుల సంఖ్య	3	5	4	2	0	1	5	7

ఈ దత్తాంశమును సూచించడానికి అతను పటచిత్రం.1 ను రూపొందించాడు మరియు పటచిత్రంలో ఉన్నట్లుగా 1 విద్యార్థిని 😊 గా చూపించాలని నిర్ణయించుకున్నాడు.

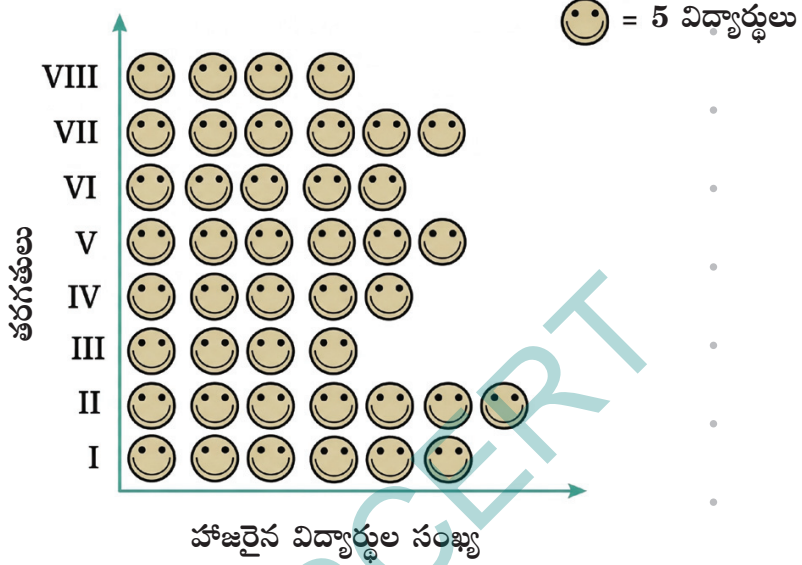


పటచిత్రం-1

ఇంతలో, అతని స్నేహితులు ఫిర్యాదు మరియు సంగీత ప్రతి తరగతిలో ఎంత మంది విద్యార్థులు హాజరైనారనే దానిపై దత్తాంశమును సేకరించారు:

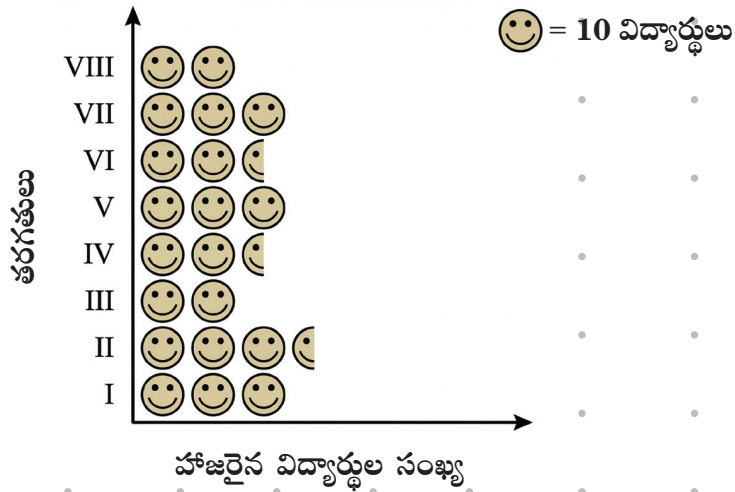
తరగతి	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII
విద్యార్థుల సంఖ్య	30	35	20	25	30	25	30	20

❖ వారు తమ ధత్తాంశమును పిక్టోగ్రాఫ్ (పటచిత్రము) ద్వారా చూపించాలనుకుంటే, విజయ్ చేసినట్లుగా ప్రతి విద్యార్థికి ఒక 😊 చిహ్నాన్ని కూడా ఉపయోగిస్తారు, అయితే వారు ఎదుర్కొనే సవాళ్లు ఏమిటి? ఫిర్యావ్ దీనిని పరిష్కరించడానికి ఒక ప్రణాళిక వేసింది - చాలా మంది విద్యార్థులు ఉన్నందున, ఆమె 5 మంది విద్యార్థులను సూచించడానికి 😊 చిహ్నాన్ని ఉపయోగించాలని నిర్ణయించుకుంది. అది సమయం మరియు స్థలాన్ని కూడా ఆదా చేస్తుందని ఆమె భావించింది. ఆమె పట చిత్రం. 2 ని దిగువన ఇవ్వబడింది.



పటచిత్రం-2

సంగీత ఒక 😊 గుర్తును 10 మంది విద్యార్థులను సూచించడానికి నిర్ణయించింది. ఒక 😊 గుర్తు 10 మందిని చూపించడానికి ఉపయోగించినందున, 25 మంది మరియు 35 మంది విద్యార్థులను పటచిత్రం. 3లో చూపడంలో ఆమెకు సమస్య ఎదురైంది. ఆ తర్వాత, ఆమె 😊 గుర్తును 5 మందిని చూపించడానికి ఉపయోగించవచ్చని గ్రహించింది.



పటచిత్రం-3

- ❖ ఒక తరగతిలో హాజరైన మొత్తం విద్యార్థుల సంఖ్య 33 లేదా 27 అయితే, అటువంటి పటచిత్రాన్ని తయారు చేయడంలో ఎదుర్కొనే సమస్యలు ఏమిటి?



పటచిత్రాలు దత్తాంశమును సూచించడానికి ఒక చక్కని దృశ్యమాన మరియు సూచనాత్మక మార్గం. అవి వస్తువుల చిత్రాల ద్వారా దత్తాంశమును సూచిస్తాయి.

- పటచిత్రాలు ప్రశ్నలకు సమాధానం ఇవ్వడానికి మరియు దత్తాంశం గురించి తర్వగా అంచనా వేయడానికి సహాయపడతాయి (పై ఉదాహరణలలో - ఇష్టమైన ఆటలు, ఇష్టమైన రంగులు, రవాణా యొక్క అత్యంత సాధారణ పద్ధతులు, హాజరుకాని విద్యార్థుల సంఖ్య మొదలైనవి).
- పటచిత్రాలు చదవడం ద్వారా, వివిధ అంశాల (ఉదాహరణకు, క్రికెట్, హాకీ, మొదలైనవి) పొసాపున్యాలను మరియు ఈ పొసాపున్యాల పోలికలను మనం త్వరగా అర్థం చేసుకోవచ్చు.
- పటచిత్రాలలో, అంశాలను క్షితిజ సమాంతరంగా లేదా నిలువుగా అమర్చవచ్చు. ప్రతి అంశానికి, ఆ అంశం యొక్క పొసాపున్య ప్రకారం నియమించబడిన నిలువు వరుసలు లేదా అడ్డు వరుసలలో సాధారణ చిత్రాలు మరియు చిహ్నాలు గీస్తారు.
- ప్రతి చిహ్నం లేదా చిత్రం దేనిని సూచిస్తుందో చూపించడానికి ఒక స్కేల్ లేదా సూచిక (ఉదాహరణకు, 😊 : 1 విద్యార్థి లేదా 😊 : 5 విద్యార్థులు) జోడించబడుతుంది. ప్రతి చిహ్నం లేదా చిత్రం ఒక యూనిట్ లేదా బహుళ యూనిట్లను సూచించవచ్చు.
- దత్తాంశం మొత్తం పెద్దగా ఉన్నప్పుడు లేదా పొసాపున్యాలు స్కేల్ లేదా సూచిక యొక్క ఖచ్చితమైన గుణిజాలు కానప్పుడు పటచిత్రాలను సిద్ధం చేయడం మరింత సవాలుగా ఉంటుంది.



### ఆలోచించండి-చేయండి - 4.2

1. కింది పట్టిక ఒక ఉన్నత పాఠశాల గ్రంథాలయం నుండి ఒక వారంలో విద్యార్థులు ఎన్ని పుస్తకాలు అరువు తెచ్చుకున్నారో చూపిస్తుంది

రోజు	తెచ్చుకున్న పుస్తకాల సంఖ్య (📖 = 1 పుస్తకం)
సోమవారం	📖 📖 📖 📖 📖
మంగళవారం	📖 📖 📖 📖
బుధవారం	📖 📖
గురువారం	
శుక్రవారం	📖 📖 📖 📖 📖
శనివారం	📖 📖 📖 📖 📖 📖 📖 📖

ఎ. ఏ రోజున తక్కువ పుస్తకాలు తీసుకున్నారు?

బి. వారంలో తీసుకున్న మొత్తం పుస్తకాల సంఖ్య ఎంత?

సి. ఏ రోజున గరిష్టంగా పుస్తకాలు తీసుకున్నారు? కారణం ఏమిటి?

2. అనిల్, గాంధీ వీధిలో గాలిపటాలు అమ్ముతాడు. సమీప గ్రామాల నుండి ఆరుగురు దుకాణదారులు అతని నుండి గాలిపటాలు కొనడానికి వస్తారు. ఈ ఆరుగురు దుకాణదారులకు అతను విక్రయించిన

గాలిపటాల సంఖ్య క్రింద ఇవ్వబడింది -

దుకాణదారులు	విక్రయించిన గాలిపటాల సంఖ్య
చందు	250
రాణి	300
రుక్మానా	100
అర్జున్	450
మేరీ	250
పూనమ్	700



100 గాలిపటాలను సూచించడానికి చిహ్నాన్ని ఉపయోగించి పటచిత్రాన్ని సిద్ధం చేయండి.

ఈ క్రింది ప్రశ్నలకు సమాధానం ఇవ్వండి:

ఎ. రాణి కొనుగోలు చేసిన గాలిపటాలను ఎన్ని చిహ్నాలు సూచిస్తాయి?

బి. గరిష్ట సంఖ్యలో గాలిపటాలను ఎవరు కొనుగోలు చేశారు?

సి. అర్జున్ లేదా చందులలో ఎవరు ఎక్కువ గాలిపటాలను కొనుగోలు చేశారు?

డి. రాణి కొనుగోలు చేసిన గాలిపటాల కంటే పూనమ్ రెండింతలు ఎక్కువ కొనుగోలు చేసిందని రుక్మానా చెప్పింది. ఆమె చెప్పింది సరైనదేనా? ఎందుకు?

3. కింది పటచిత్రం ఐదు వేర్వేరు గ్రామాలలోని ట్రాక్టర్ల సంఖ్యను చూపిస్తుంది:

గ్రామాలు	ట్రాక్టర్ల సంఖ్య (  = 1 ట్రాక్టర్ )
గ్రామం A	
గ్రామం B	
గ్రామం C	
గ్రామం D	
గ్రామం E	

పటచిత్రం గమనించి కింది ప్రశ్నలకు సమాధానం ఇవ్వండి-

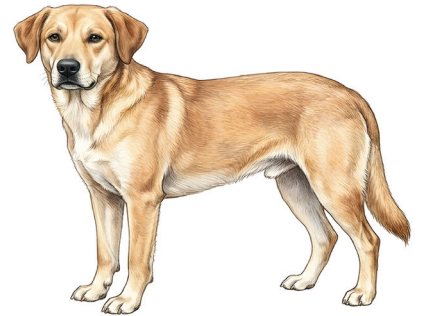
- ఏ గ్రామంలో అతి తక్కువ సంఖ్యలో ట్రాక్టర్లు ఉన్నాయి?
- ఏ గ్రామంలో ఎక్కువ ట్రాక్టర్లు ఉన్నాయి?
- గ్రామం B కంటే గ్రామం C లో ఎన్ని ఎక్కువ ట్రాక్టర్లు ఉన్నాయి?
- కమల, “గ్రామం D లో, గ్రామం E లో ఉన్న ట్రాక్టర్లలో సగం ఉన్నాయి” అని చెప్పింది. ఆమె చెప్పింది నిజమేనా?

4. ఇండియన్ పరియా కుక్కల (భారతీయ కుక్కల జాతి రకం) తిరుపతి జిల్లాలో ఎక్కువగా కనిపిస్తాయి. ఈ కుక్కలను దత్తత తీసుకున్న వారికి మద్దతు ఇవ్వడం ద్వారా ప్రభుత్వం ఈ జాతిని రక్షించడానికి చొరవ తీసుకుంది. ఈ చొరవ కారణంగా, ఈ కుక్కల సంఖ్య పెరిగింది. జిల్లాలోని ఆరు గ్రామాలలో కుక్కల సంఖ్య ఈ క్రింది విధంగా ఉంది -

గ్రామం A : 18, గ్రామం B : 36, గ్రామం C : 12, గ్రామం D : 48,  
గ్రామం E : 18, గ్రామం F : 24










పటచిత్రం తయారు చేసి కింది ప్రశ్నలకు సమాధానం ఇవ్వండి:

- ఈ పటచిత్రం గీయడానికి ఉపయోగకరమైన స్కేల్ లేదా సూచిక ఏమిటి?
- గ్రామం B లోని కుక్కలను సూచించడానికి మీరు ఎన్ని చిహ్నాలను ఉపయోగిస్తారు?



సి. గ్రామం B మరియు గ్రామం D లోని ఈ కుక్కల సంఖ్య మిగిలిన 4 గ్రామాలలోని ఈ కుక్కల సంఖ్య కంటే ఎక్కువగా ఉంటుందని హరిక చెప్పింది. ఆమె చెప్పింది సరైనదేనా? మీ ప్రతిస్పందనకు కారణాలు తెలియజేయండి.

5. ఒక పాఠశాలలోని ప్రతి తరగతిలోని బాలికల సంఖ్య పటచిత్రం ద్వారా చూపబడింది:

తరగతి	బాలికల సంఖ్య (  = 4 బాలికలు )
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	

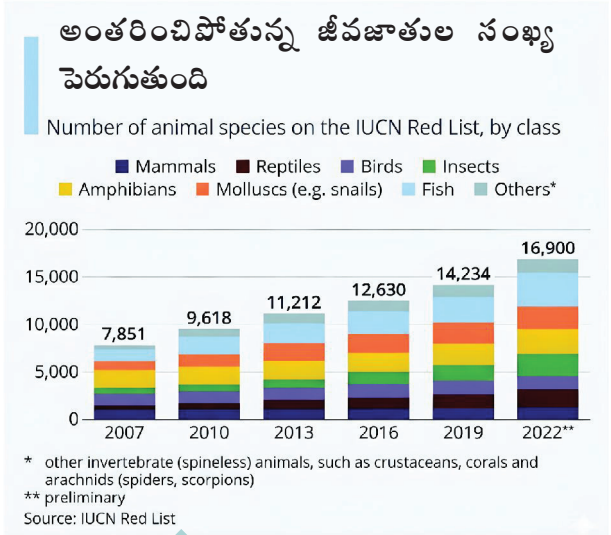
ఈ పటచిత్రాన్ని గమనించి ఈ క్రింది ప్రశ్నలకు సమాధానం ఇవ్వండి:

- ఏ తరగతిలో అతి తక్కువ మంది బాలికలు ఉన్నారు?
- 5 మరియు 6 తరగతులలో బాలికల సంఖ్య మధ్య తేడా ఏమిటి?
- 2వ తరగతిలో మరో ఇద్దరు బాలికలను చేర్చుకుంటే, గ్రాఫ్ ఎలా మారుతుంది?
- 7వ తరగతిలో ఎంత మంది బాలికలు ఉన్నారు?

### 4.3 బార్ గ్రాఫ్లు (కమ్ప్యూటర్లు చిత్రాలు)

మీరు టీవీలో లేదా వార్తాపత్రికలో ఇలాంటి రేఖాచిత్రాలను చూశారా?

పటచిత్రాల మాదిరిగానే, ఇటువంటి బార్ గ్రాఫ్లు అత్యధిక విలువ, వివిధ అంశాల విలువల పోలిక మొదలైన సమాచారాన్ని త్వరగా అర్థం చేసుకోవడానికి మరియు వివరణ ఇవ్వడానికి మనకు సహాయపడతాయి. అయితే, దత్తాంశం మొత్తం పెద్దగా ఉన్నప్పుడు, దానిని పటచిత్రం ద్వారా ప్రదర్శించడం ఎక్కువ సమయం తీసుకోవడం మాత్రమే కాకుండా కొన్నిసార్లు గీయడం కూడా కష్టం.

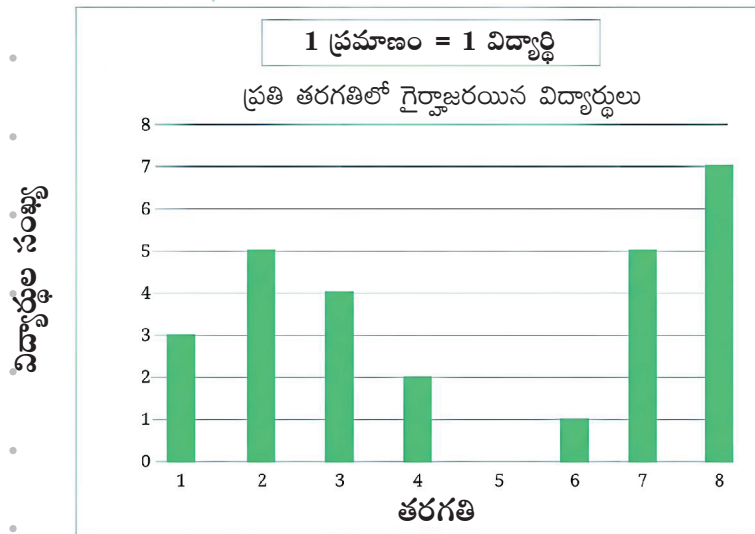


కమ్ప్యూటర్లు చిత్రాలు ఉపయోగించి దత్తాంశమును ఎలా ప్రదర్శించవచ్చో చూద్దాం.

ప్రతి తరగతిలో ఒక రోజు గైర్వాజరయిన విద్యార్థుల సంఖ్యకు సంబంధించి విజయ్ ముందుగా సేకరించిన దత్తాంశమును తీసుకుందాం:

తరగతి	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII
విద్యార్థుల సంఖ్య	3	5	4	2	0	1	5	7

అతను అదే దత్తాంశమును బార్ గ్రాఫ్-1 ఉపయోగించి ప్రదర్శించాడు.



**బార్ గ్రాఫ్-1**

### ఉపాధ్యాయులకు గమనిక

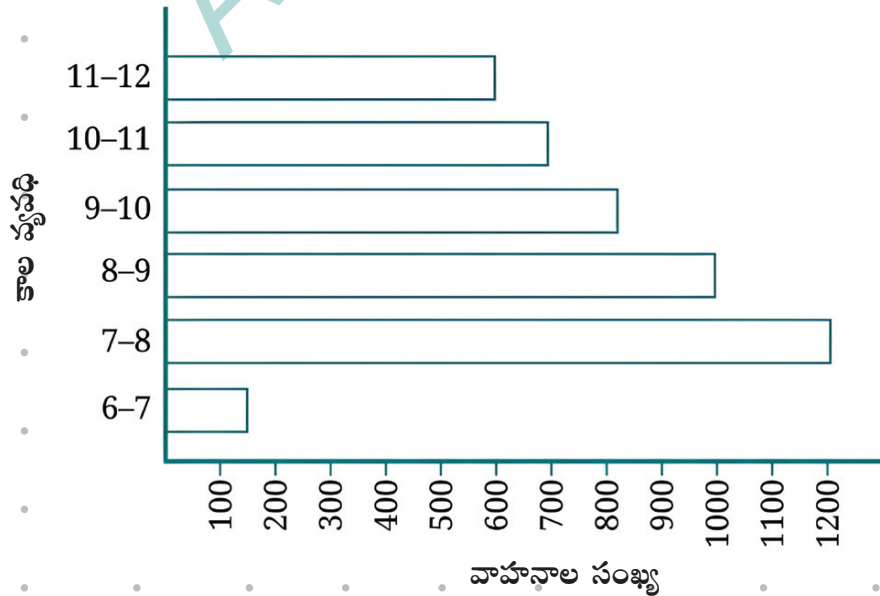
విద్యార్థులు గమనించకపోతే, దయచేసి సమాన దూరంలో ఉన్న క్షితిజ సమాంతర రేఖలను చూడమని చెప్పండి. దీని అర్థం ప్రక్కప్రక్కనే ఉన్న రెండు వరుస సంఖ్యల జతకు ఒకే అంతరం ఉంటుందని వివరించండి.

❖ కమ్మీ రేఖాచిత్రం-1ని ఉపయోగించి కింది ప్రశ్నలకు సమాధానం ఇవ్వండి.

1. తరగతి 2లో, ఆ రోజు \_\_\_\_\_ మంది విద్యార్థులు గైర్జాజరయ్యారు.
2. ఏ తరగతిలో గరిష్ట సంఖ్యలో విద్యార్థులు గైర్జాజరయ్యారు?
3. ఆ రోజు ఏ తరగతికి పూర్తి హాజరు ఉంది?

❖ కమ్మీ రేఖాచిత్రాలను తయారుచేసేటప్పుడు, ఏకరీతి వెడల్పు గల బార్లను అడ్డంగా లేదా నిలువుగా గీయవచ్చు; వాటి మధ్య సమాన అంతరం ఉంటుంది; అప్పుడు ప్రతి బార్ యొక్క పొడవు లేదా ఎత్తు ఇచ్చిన సంఖ్యను సూచిస్తుంది. మనం పిక్టోగ్రాఫ్ లో చూసినట్లుగా, పౌనఃపున్యాలు (ఫ్రీక్వెన్సీలు) పెద్దగా ఉన్నప్పుడు మనం స్కేల్ లేదా సూచిక ని ఉపయోగించవచ్చు.

అమరావతిలోని రద్దీగా ఉండే రోడ్డు దాటే స్థలం వద్ద వాహనాల రాకపోకల ఉదాహరణను చూద్దాం, దీనిని ఒక నిర్దిష్ట రోజున ట్రాఫిక్ పోలీసులు అధ్యయనం చేశారు. ఉదయం 6 గంటల నుండి మధ్యాహ్నం 12:00 గంటల వరకు ప్రతి గంటకు రోడ్డు దాటే స్థలం (క్రాసింగ్) గుండా ప్రయాణించే వాహనాల సంఖ్య కమ్మీ రేఖాచిత్రం-2లో చూపబడింది. ఒక యూనిట్ పొడవు అంటే 100 వాహనాలు.



బార్ గ్రాఫ్-2

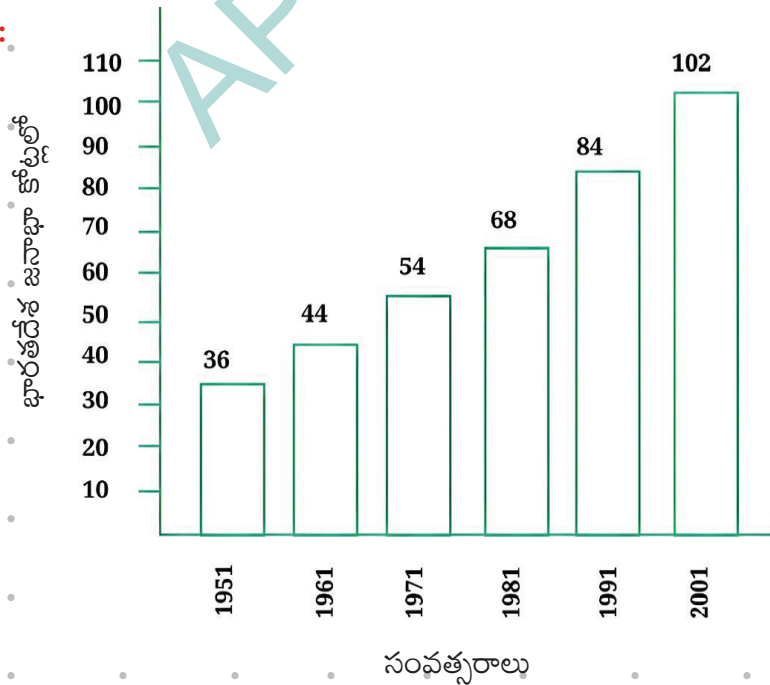
❖ **గమనించండి**

- క్రాసింగ్ (రోడ్డు దాటే స్థలం) వద్ద గరిష్ట ట్రాఫిక్‌ను పొడవైన కమ్మీ ద్వారా చూపబడుతుంది, అంటే, ఉదయం 7-8 గంటల సమయ వ్యవధిలో, 1200 వాహనాలు క్రాసింగ్ గుండా వెళ్ళాయి.
- రెండవ పొడవైన కమ్మీ ఉదయం 8-9 గంటల వరకు ఉంటుంది (1000 వాహనాలు)
- అదేవిధంగా, కనీస ట్రాఫిక్‌ను చిన్న కమ్మీ ద్వారా చూపబడుతుంది, అంటే, ఉదయం 6-7 గంటల సమయ వ్యవధికి (150 వాహనాలు)
- రెండవ అతి చిన్న కమ్మీ ఉదయం 11 నుండి మధ్యాహ్నం 12 గంటల వరకు (600 వాహనాలు). కమ్మీ రేఖాచిత్రం చూపిన విధంగా ఉదయం 8.00 నుండి 10.00 గంటల వరకు రెండు గంటల వ్యవధిలో దాటే స్థలం గుండా ప్రయాణించే మొత్తం కార్ల సంఖ్య సుమారు  $1000 + 800 = 1800$  వాహనాలు.

❖ **బార్ గ్రాఫ్-2 నుండి కింది వాటికి సమాధానం ఇవ్వండి.**

1. ఉదయం 6 నుండి మధ్యాహ్నం 12 మధ్య క్రాసింగ్ గుండా మొత్తం ఎన్ని కార్లు వెళ్ళాయి?
2. ఉదయం 7 నుండి మధ్యాహ్నం 12 వరకు ఉన్న ఇతర గంటలతో పోలిస్తే ఉదయం 6 నుండి 7 గంటల సమయంలో ట్రాఫిక్ ఎందుకు తక్కువగా ఉందని మీరు అనుకుంటున్నారు?
3. ఉదయం 7 నుండి 8 గంటల మధ్య ట్రాఫిక్ ఎందుకు ఎక్కువగా ఉందని మీరు అనుకుంటున్నారు?
4. ఉదయం 8 నుండి మధ్యాహ్నం 12 వరకు ట్రాఫిక్ ప్రతి గంటకు తగ్గుతూ ఉందని మీరు ఎందుకు అనుకుంటున్నారు?

❖ **ఉదాహరణ :**



**బార్ గ్రాఫ్-3**

3వ కమ్మీ రేఖాచిత్రం, 50 సంవత్సరాల కాలంలో ప్రతి దశాబ్దంలో భారతదేశ జనాభాను సూచిస్తుంది. జనాభా కోట్లలో వ్యక్తీకరించబడింది. ఒక వ్యక్తిని సూచించడానికి మీరు 1 యూనిట్ పొడవు తీసుకుంటే, కమ్మీలను గీయడం కష్టం అవుతుంది! అందువల్ల, 1 యూనిట్ 10 కోట్లను సూచించే స్కేల్ను మనము ఎంచుకుంటాము. ఈ ఎంపిక కమ్మీ రేఖాచిత్రంలో చూపబడింది. కాబట్టి 5 యూనిట్ల పొడవు గల కమ్మీ 50 కోట్లను సూచిస్తుంది మరియు 8 యూనిట్ల పొడవు గల కమ్మీ 80 కోట్లను సూచిస్తుంది.

- ఈ కమ్మీ రేఖాచిత్రం-3 ఆధారంగా, మీరు మీ స్నేహితులను అడగగల కొన్ని ప్రశ్నలు ఏమిటి?
- 50 సంవత్సరాలలో భారతదేశ జనాభా ఎంత పెరిగింది? ప్రతి దశాబ్దంలో జనాభా ఎంత పెరిగింది?

### 4.3.1. బార్ గ్రాఫ్ గీయడం

మునుపటి ఉదాహరణలో, నీలేష్ సర్ తన తరగతిలోని విద్యార్థులు ఇష్టపడే మిఠాయిలు సూచించే పౌనఃపున్య పట్టిక 2ను సిద్ధం చేశాడు. ఆ దత్తాంశము ప్రదర్శించే కమ్మీ రేఖాచిత్రాన్ని సిద్ధం చేయడానికి ప్రయత్నిద్దాం -

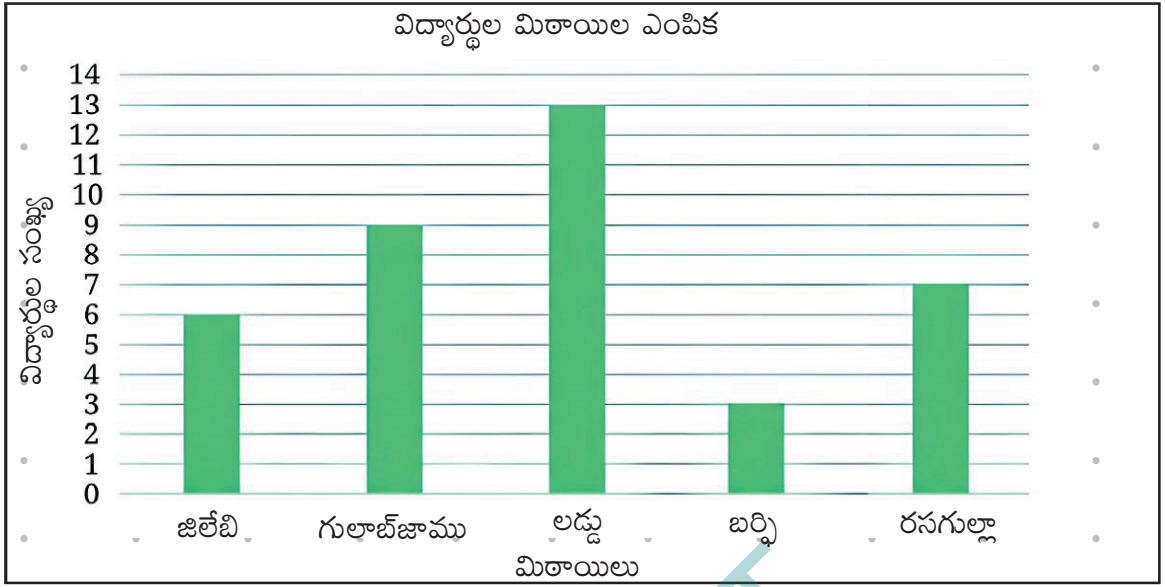
స్వీట్స్	విద్యార్థుల సంఖ్య
జిలేబీ	6
గులాబ్ జామ్	9
లడ్డు	13
బర్ఫీ	3
రసగుల్ల	7

1. ముందుగా, మనం ఒక క్షితిజ సమాంతర రేఖను మరియు నిలువు రేఖను గీస్తాము.

క్షితిజ సమాంతర రేఖపై, ప్రతి మిఠాయి (స్వీట్సు) పేరును సమాన దూరంలో వ్రాస్తాము, దాని నుండి కమ్మీలు వాటి పౌనఃపున్యాలకు అనుగుణంగా పెరుగుతాయి; మరియు నిలువు రేఖపై విద్యార్థుల సంఖ్యను సూచించే పౌనఃపున్యాలను వ్రాస్తాము.

2. మనం ఒక స్కేల్ను ఎంచుకోవాలి. అంటే కమ్మీ యొక్క యూనిట్ పొడవు ద్వారా ఎంత మంది విద్యార్థులు ప్రాతినిధ్యం వహిస్తారో మనం నిర్ణయించుకోవాలి, తద్వారా అది మన కాగితంపై చక్కగా సరిపోతుంది. ఇక్కడ, 1 విద్యార్థిని సూచించడానికి మనం 1 యూనిట్ పొడవును తీసుకుంటాము.
3. జిలేబీ కోసం, మనం 6 యూనిట్ల ఎత్తు కలిగిన కమ్మీను గీయాలి (ఇది జిలేబీ యొక్క పౌనఃపున్యం) మరియు అదేవిధంగా ఇతర మిఠాయిల కోసం మనం వాటి పౌనఃపున్యాలకు అనుగుణంగా కమ్మీలను గీయాలి.

4. కాబట్టి, మనకు క్రింద చూపిన విధంగా బాల్ గ్రాఫ్ 4 వస్తుంది -



బాల్ గ్రాఫ్-4

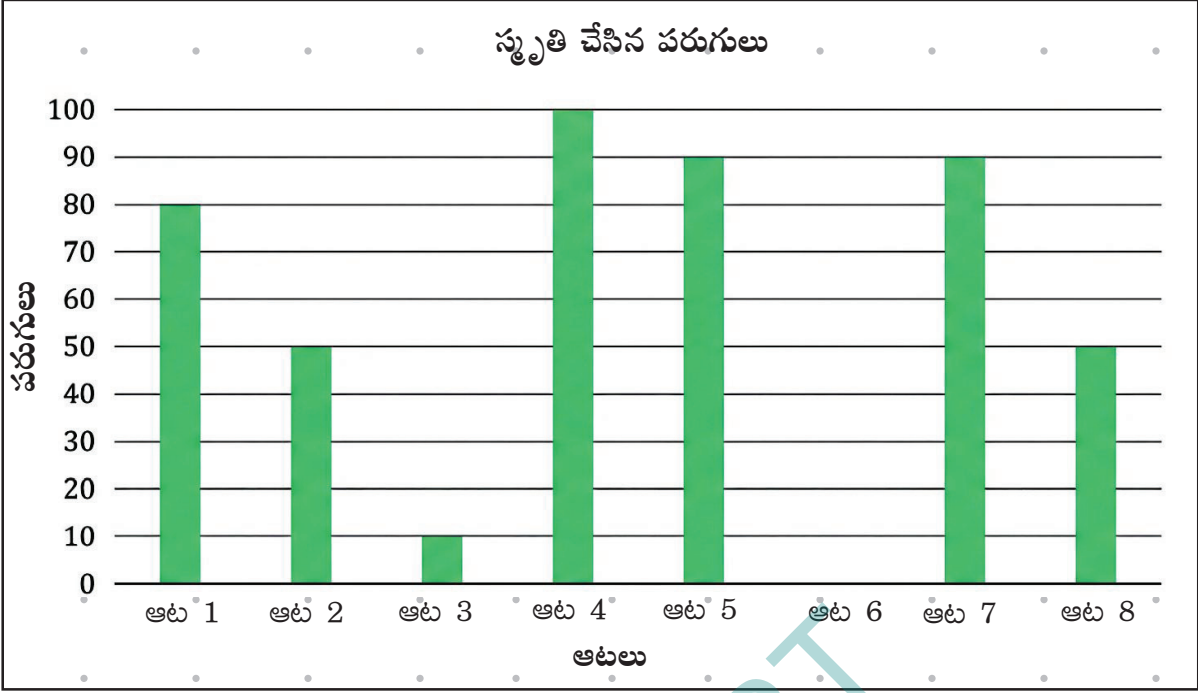
పౌనఃపున్యాలు పెద్దగా ఉన్నప్పుడు మరియు మనం 1 యూనిట్ పొడవు = 1 సంఖ్య (పౌనఃపున్యం) స్కేల్ను ఉపయోగించలేనప్పుడు, పటచిత్రాల విషయంలో చేసినట్లుగా మనం వేరే స్కేల్ను ఎంచుకోవాలి.

**ఉదాహరణ :** 8 మ్యాచ్లలో ప్రతిదానిలోనూ స్మృతి చేసిన పరుగుల సంఖ్య క్రింది పట్టికలో ఇవ్వబడింది:

మ్యాచ్	మ్యాచ్	మ్యాచ్	మ్యాచ్	మ్యాచ్	మ్యాచ్	మ్యాచ్	మ్యాచ్	మ్యాచ్
	1	2	3	4	5	6	7	8
పరుగులు	80	50	10	100	90	0	90	50

ఈ ఉదాహరణలో, కనీస పరుగులు 0 మరియు గరిష్ట పరుగులు 100. 1 యూనిట్ పొడవు = 1 పరుగు అనే స్కేల్ ఉపయోగించి అంటే మనం 0 నుండి 100 పరుగుల వరకు 1 దశల్లో వెళ్ళాలి. ఇది అనవసరంగా శ్రమతో కూడుకున్నది. బదులుగా, 1 యూనిట్ పొడవు = 10 పరుగులు అనే స్కేల్ను ఉపయోగిద్దాం. మనం ఈ స్కేల్ను నిలువు రేఖపై గుర్తించి, ప్రతి మ్యాచ్లోని పరుగుల ప్రకారం కమ్మీలను గీస్తాము. పైన పేర్కొన్న దత్తాంశమును నూచించే కమ్మీ రేఖాచిత్రం-5 మనకు లభిస్తుంది.





**బార్ గ్రాఫ్-5**

**ఉదాహరణ :** కింది పట్టిక ఇమ్రాన్ కుటుంబం వివిధ వస్తువులపై నెలవారీ ఖర్చును చూపిస్తుంది:

వస్తువులు	ఖర్చు (₹)
ఇంటి అద్దె	3000
ఆహారం	3400
విద్య	800
కరెంట్ బిల్లు	400
ప్రయాణం	600
మిగిలినవి	1200

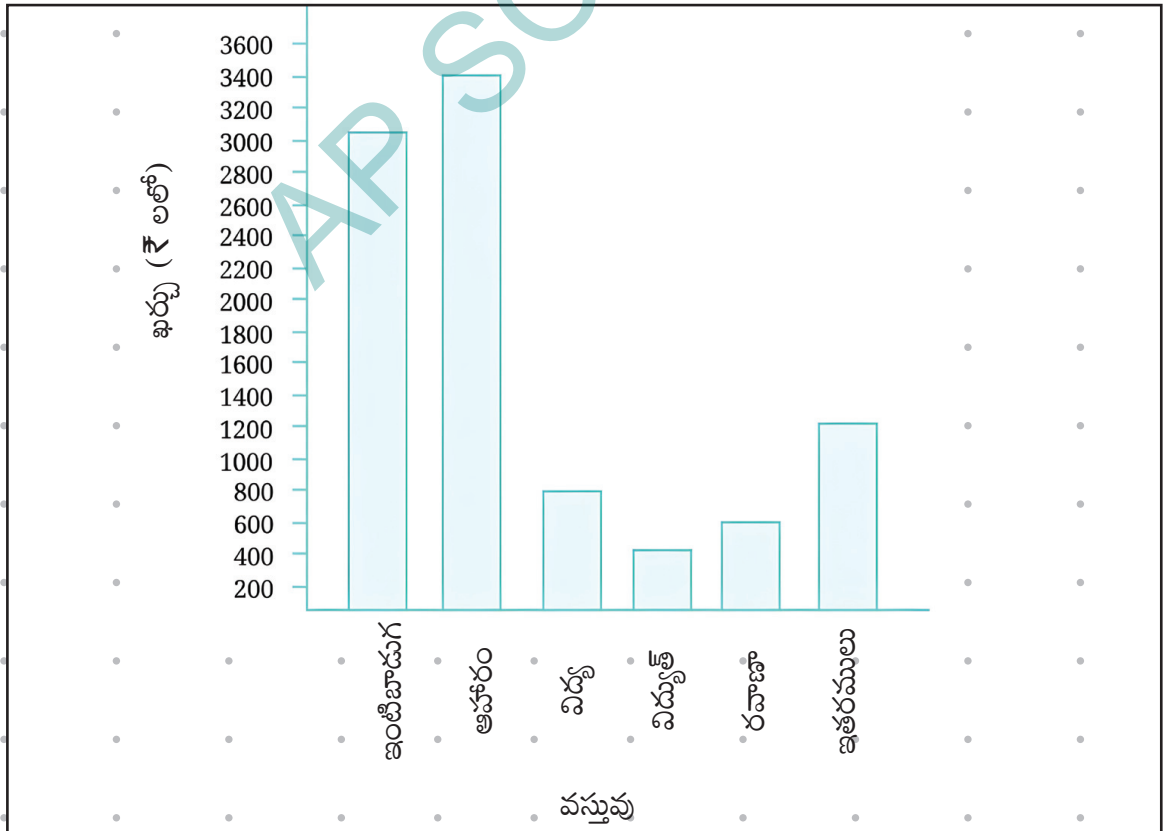
ఈ దత్తాంశమును కమ్మీ రేఖాచిత్ర రూపంలో సూచించడానికి, ఇక్కడ దశలు ఉన్నాయి-

- ఒకటి క్షితిజ సమాంతరంగాను మరియు మరొకటి నిలువుగాను, రెండు లంబ రేఖలను గీయండి.
- క్షితిజ సమాంతర రేఖ వెంట, సమాన అంతరంతో 'వస్తువులను' గుర్తించండి మరియు నిలువు రేఖ వెంట సంబంధిత వ్యయాలను గుర్తించండి.

- వాటి మధ్య ఏకరీతి అంతరాన్ని ఉంచుతూ, ఒకే వెడల్పు గల కమ్మీలను తీసుకోండి.
- నిలువు రేఖ వెంట తగిన స్కేల్ను ఎంచుకోండి. 1 యూనిట్ పొడవు = ₹ 200 అని భావించి, ఆపై ప్రతి యూనిట్ పొడవును సూచించే సంబంధిత విలువలను (₹ 200, ₹ 400, మొదలైనవి) గుర్తించి వ్రాయండి. చివరగా, వివిధ అంశాల కోసం కమ్మీల ఎత్తులను లెక్కించండి

ఇంటి అద్దె	$3000 \div 200$	15 యూనిట్స్
ఆహారం	$3400 \div 200$	17 యూనిట్స్
విద్య	$800 \div 200$	4 యూనిట్స్
కరెంట్ బిల్లు	$400 \div 200$	2 యూనిట్స్
ప్రయాణం	$600 \div 200$	3 యూనిట్స్
ఇతరములు	$1200 \div 200$	6 యూనిట్స్

పై దశల ఆధారంగా మనం పొందిన కమ్మీ రేఖాచిత్రం ఇక్కడ ఉంది:



బార్ గ్రాఫ్-6

❖ కమ్మీ రేఖాచిత్రం-6 ను ఉపయోగించి ఈ క్రింది ప్రశ్నలకు సమాధానం ఇవ్వండి.:

1. ఇమ్రాన్ కుటుంబం ఏ వస్తువుపై ఎక్కువగా ఖర్చు చేస్తుంది? మరియు దీని తర్వాత ఎక్కువగా ఖర్చు చేస్తున్న అంశం ఏది?
2. విద్యుత్ పై ఖర్చు, విద్యుత్పై ఖర్చులో సగం ఉందా?
3. విద్యుత్పై ఖర్చు ఆహార ఖర్చులో నాలుగో వంతు కంటే తక్కువగా ఉందా?

- పటచిత్రాల మాదిరిగానే, కమ్మీ రేఖాచిత్రాలు దత్తాంశమును సూచించడానికి చక్కని దృశ్యమాన మార్గాన్ని అందిస్తాయి. అవి సమాన-ఖాళీ కమ్మీల ద్వారా దత్తాంశమును సూచిస్తాయి, ప్రతి ఒక్కటి సమాన వెడల్పు కలిగి ఉంటాయి, ఇక్కడ పొడవులు లేదా ఎత్తులు వేర్వేరు వర్గాల పౌనఃపున్యాలను ఇస్తాయి.
- ప్రతి అంశాన్ని ఒక కమ్మీ ద్వారా సూచిస్తారు, ఇక్కడ పొడవు లేదా ఎత్తు సంబంధిత పౌనఃపున్యాన్ని లేదా పరిమాణాన్ని (ఉదాహరణకు ఖర్చు, పరుగులు) వర్ణిస్తుంది.
- కమ్మీలు వాటి మధ్య ఏకరీతి ఖాళీలను కలిగి ఉంటాయి, అవి స్వేచ్ఛగా నిలబడి ఉండి అంశాల స్వతంత్రత, విభిన్నాలను సూచిస్తాయి.
- కమ్మీలు, పౌనఃపున్య విభజన పట్టిక కంటే చాలా వేగంగా దత్తాంశమును అర్థం చేసుకోవడంలో సహాయపడతాయి. కమ్మీ రేఖాచిత్రం చదవడం ద్వారా, మనం వివిధ అంశాల పౌనఃపున్యాలను త్వరగా పోల్చవచ్చు.
- దత్తాంశం నుండి కనిష్ట మరియు గరిష్ట పౌనఃపున్యాలు ఆధారంగా చేసుకొని కమ్మీ రేఖాచిత్రం కోసం స్కేల్ను (ఉదాహరణకు, 1 యూనిట్ పొడవు = 1 విద్యార్థి లేదా 1 యూనిట్ పొడవు = ₹ 200) మనం నిర్ణయించుకోవాలి, తద్వారా ఫలిత కమ్మీ రేఖాచిత్రం చక్కగా సరిపోతుంది మరియు మనము సిద్ధం చేస్తున్న కాగితం లేదా పోస్టర్ (ప్రకటన / గోడపత్రిక) పై దృశ్యమానంగా ఆకర్షణీయంగా కనిపిస్తుంది. స్కేల్ ప్రకారం యూనిట్ పొడవుల గుర్తులు సున్నా నుండి ప్రారంభం కావాలి.

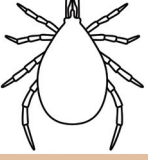

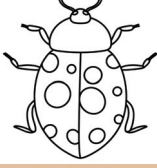

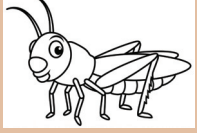
### ఉపాధ్యాయులకు గమనిక

ఈ అధ్యాయం దత్తాంశమును ఎలా నిర్వహించాలో నిర్దిష్ట ప్రశ్నలకు లేదా విచారణలకు సమాధానాలను కనుగొనడం, పరికల్పనలను పరీక్షించడం లేదా నిర్దిష్ట నిర్ణయాలు తీసుకోవడం. అనే అంశాలపై ప్రధాన దృష్టి పెట్టింది.



## ఆలోచించండి-చేయండి - 4.3

- సమంత ఒక టీ తోటను సందర్శించి, అక్కడ చూసిన కీటకాలు మరియు చిన్న జీవులు (పురుగులు) దేటాను సేకరించింది. ఆమె సేకరించిన దేటా ఇలా ఉంది:

				
చెదలు	గొంగళిపురుగులు	పేడపురుగులు	సీతాకోకచిలుకలు	మిడతలు
6	10	5	3	2

ఈ దత్తాంశమును సూచించే కమ్మీ రేఖాచిత్రాన్ని సిద్ధం చేయడంలో ఆమెకు సహాయం చేయండి.

- పూజ భారతదేశంలోని కొన్ని వేర్వేరు నగరాలకు తిరుపతి రైల్వే స్టేషన్లో అమ్ముడైన టికెట్ల సంఖ్యపై రెండు గంటల వ్యవధిలో దత్తాంశమును సేకరించింది.

నగరం	చెన్నై	బెంగుళూర్	హైదరాబాద్	ఢిల్లీ	విజయవాడ
టికెట్ల సంఖ్య	24	20	16	28	16

ఆమె ఈ దేటాను ఉపయోగించి, తన విద్యార్థులతో దత్తాంశమును చర్చించడానికి బోర్డుపై కమ్మీ రేఖాచిత్రాన్ని సిద్ధం చేసింది, కానీ ఎవరో గ్రాఫ్లోని కొంత భాగాన్ని చెరిపేశారు.



(ఎ) చెన్నైని సూచించే కమ్మీపై, అమ్ముడైన టికెట్ల సంఖ్యను వ్రాయండి.

(బి) ఢిల్లీని సూచించే కమ్మీపై, అమ్ముడైన టికెట్ల సంఖ్యను వ్రాయండి.

(సి) చెన్నై కమ్మీ 6 యూనిట్ల పొడవు మరియు హైదరాబాద్ కమ్మీ 4 యూనిట్ల పొడవు అయిన రేఖాచిత్రం యొక్క స్కేల్ ఏమిటి?

(డి) బెంగళూరు కోసం సరైన కమ్మీను గీయండి

(ఇ) నిలువుఅక్షంపై సరైన సంఖ్యలను ఉంచడం ద్వారా కమ్మీ రేఖాచిత్రం యొక్క స్కేల్ను రాయండి.

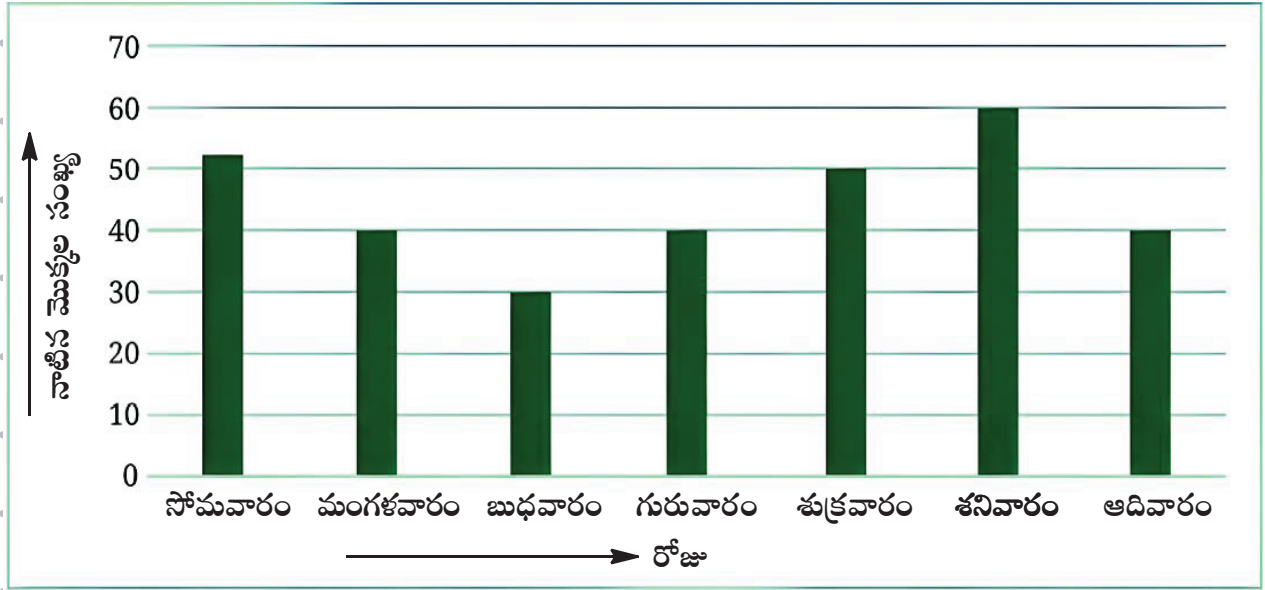
(ఎఫ్) ఈ రేఖాచిత్రంలో చెన్నై మరియు ఢిల్లీ కమ్మీలు సరైనవేనా? కాకపోతే, సరైన కమ్మీ (లు) గీయండి.

3. 120 మంది విద్యార్థులతో, వారు తమ ఖాళీ సమయంలో ఏ కార్యచరణను చేయడానికి ఇష్టపడతారో తెలుసుకోవడానికి ఒక సర్వే నిర్వహించబడింది.

ఇష్టపడే కార్యచరణ	విద్యార్థుల సంఖ్య
ఆటలు	45
కథల పుస్తకాలు చదువుట	30
టివి చూడటం	20
పాటలు వినడం	10
డ్రాయింగ్	15

1 యూనిట్ పొడవు = 5 మంది విద్యార్థుల ఉండేలా స్కేల్ను తీసుకొని పైన పేర్కొన్న దత్తాంశమును వివరించడానికి కమ్మీ రేఖాచిత్రాలను గీయండి. ఆటలు కాక ఏ కార్యకలాపాన్ని ఎక్కువ మంది విద్యార్థులు ఇష్టపడుతున్నారు.

4. ఒక ప్రాథమిక పాఠశాల విద్యార్థులు మరియు ఉపాధ్యాయులు జూలై మొదటి వారంలో పాఠశాల ఆవరణలో మరియు చుట్టుపక్కల గ్రామాలలో మొక్కలను నాటాలని నిర్ణయించుకున్నారు. వారు నాటిన మొక్కల వివరాలు ఈ విధంగా ఉన్నాయి -



ఎ. బుధవారం మరియు గురువారం నాటిన మొత్తం మొక్కల సంఖ్య \_\_\_\_\_.

బి. వారం మొత్తం మీద నాటిన మొత్తం మొక్కల సంఖ్య \_\_\_\_\_.

సి. అత్యధిక సంఖ్యలో మొక్కలు \_\_\_\_\_ రోజున నాటబడ్డాయి మరియు అతి తక్కువ సంఖ్యలో

మొక్కలు \_\_\_\_\_ రోజున నాటబడ్డాయి.

అలా ఎందుకు జరిగిందని మీరు అనుకుంటున్నారు?

వారంలోని కొన్ని రోజులలో ఎక్కువ మొక్కలు నాటబడ్డాయి

మరియు మరికొన్ని రోజులలో తక్కువగా ఎందుకు

నాటబడ్డాయి? మీరు సాధ్యమైన వివరణలు లేదా కారణాల

గురించి ఆలోచించగలరా? మీ వివరణలు సరైనవో కాదో మీరు ఎలా కనుగొనగలరు?



5. పులులను జాడ తెలుసుకోవడానికై మరియు రక్షించడానికై భారతదేశం 1973 లో ప్రాజెక్ట్ టైగర్‌ను ప్రారంభించింది.

ఈ దశాంశం 2006 నుండి 2022 వరకు ప్రతి నాలుగు సంవత్సరాల కాల వ్యవధిలో తీసుకోబడింది. మూర్తి

మరియు దివ్య ఈ సమాచారాన్ని ఉపయోగించి పౌనఃపున్య పట్టిక

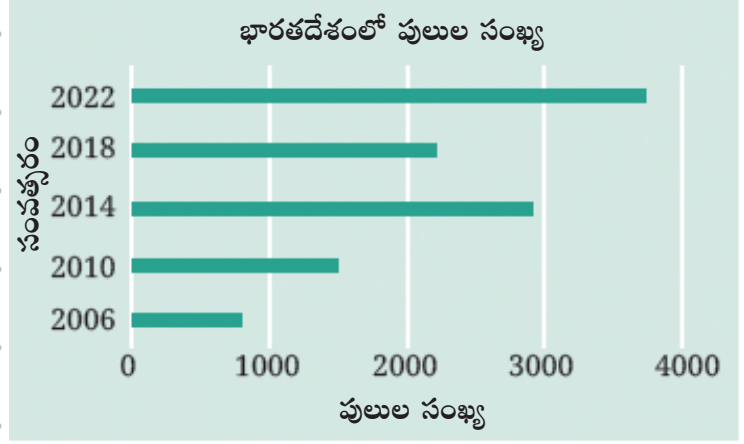
తయారీతోపాటు కమ్మీరేఖాచిత్రం రూపొందించారు. కానీ రేఖాచిత్రంలో

కొన్ని తప్పులు ఉన్నాయి. మీరు ఆ తప్పులను కనుగొని వాటిని

సరిచేయగలరా?



సంవత్సరం	పులుల సంఖ్య
2006	1400
2010	1700
2014	2200
2018	3000
2022	3700



#### 4.4 కళాత్మక మరియు సౌందర్యపరమైన పరిగణనలు

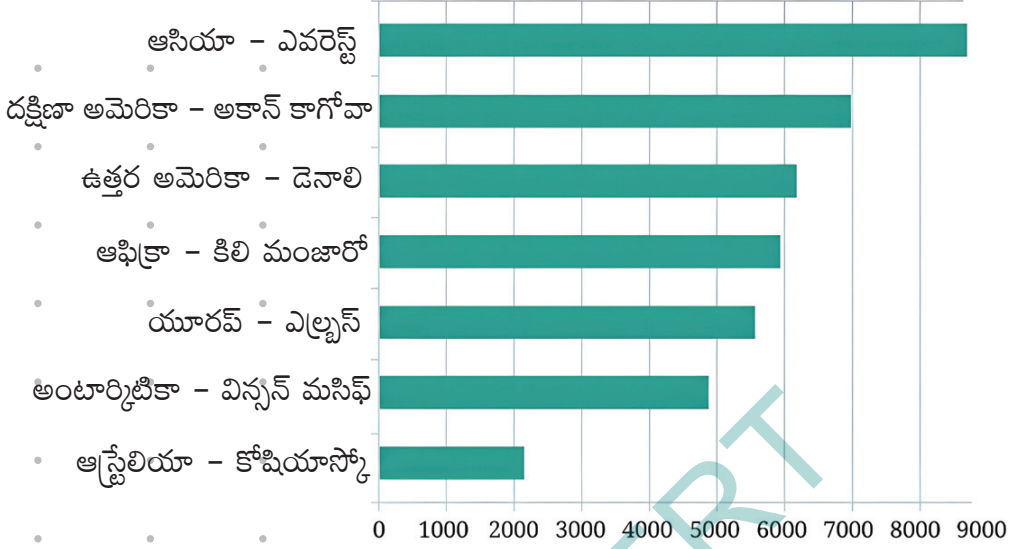
క్రింది విభాగాలలో వివరించిన దశలతో పాటు, దత్తాంశమును మరింత ఆసక్తికరంగా మరియు ప్రభావవంతంగా చేయడానికి దృశ్యమాన ప్రదర్శనలను సిద్ధం చేసేటప్పుడు పరిగణించగల కొన్ని కళాత్మక మరియు సౌందర్యపరమైన అంశాలు కూడా ఉన్నాయి. పటచిత్రం లేదా కమ్మీ రేఖాచిత్రం వంటి దత్తాంశం యొక్క దృశ్యమాన ప్రదర్శనను చేస్తున్నప్పుడు, స్కేల్ ను సముచితంగా ఎంచుకోవడం ద్వారా ఉద్దేశించిన స్థలంలో సరిపోయేలా చేయడం ముఖ్యం. దత్తాంశం ప్రదర్శనను దృశ్యమానంగా ఆకర్షణీయంగా మరియు అర్థం చేసుకోవడానికి మరియు అభినందించడానికి సులభంగా ఉండేలా చేయడం కూడా మంచిది.

ప్రతి ఖండంలోని ఎత్తైన పర్వతాన్ని పేర్కొనడంతో పాటు, వాటి ఎత్తులు మీటర్లలో తెల్పుతూ ఒక ఉదాహరణ తీసుకుందాం.

ఖండం	ఆసియా	దక్షిణా అమెరికా	ఉత్తర అమెరికా	ఆఫ్రికా	యూరప్	అంటార్కిటికా	ఆస్ట్రేలియా
ఎత్తైన పర్వతం	ఎవరెస్ట్	అకాన్ కాగోవా	డెనాలి	కిలి మంజారో	ఎల్బ్రస్	విన్సన్ మసిఫ్	కోషియాస్కో
ఎత్తు	8848మీ.	6962మీ.	6194మీ.	5895మీ.	5642మీ.	4892మీ.	2228మీ.

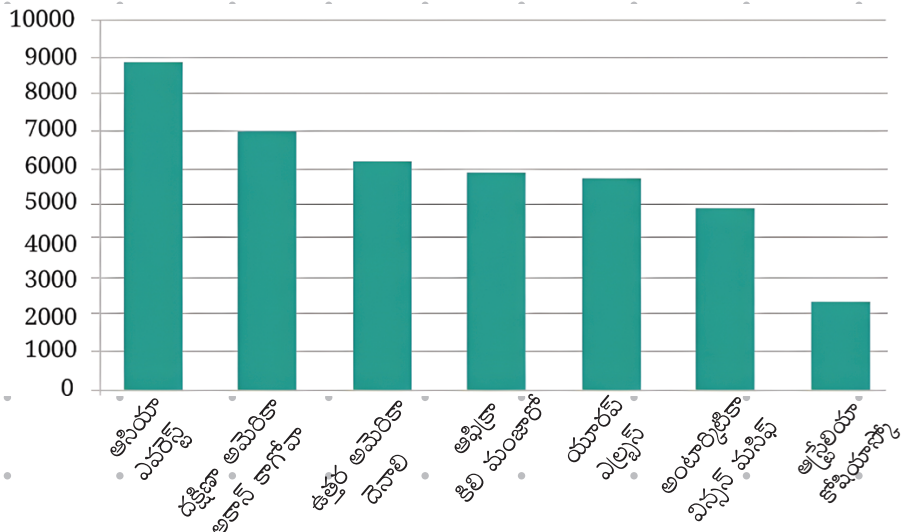
ఎవరెస్ట్ పర్వతం కోషియాస్కో పర్వతం కంటే ఎంత ఎక్కువ ఎత్తులో ఉంది? డెనాలి మరియు కిలిమంజారో పర్వతాల ఎత్తుల మధ్య భేదం ఉందా? చాలా భిన్నంగా ఉన్నాయా? పెద్ద సంఖ్యల పట్టిక నుండి దీన్ని త్వరగా గుర్తించడం అంత సులభం కాదు.

ఇప్పుడు, మనం సంఖ్యల పట్టికను బార్ గ్రాఫ్ గా మార్చవచ్చు, ఇక్కడ చూపిన విధంగా. ప్రతి విలువను క్షితిజ సమాంతర పెట్టెగా గీస్తారు. అవి సూచించే సంఖ్యను బట్టి ఇవి పొడవుగా లేదా పొట్టిగా ఉంటాయి. దీనివలన ఈ పర్వతాలన్నింటి ఎత్తులను ఒకేసారి పోల్చడం సులభం చేస్తుంది.



అయితే, కమ్మీలు ఎత్తులను సూచిస్తాయి కాబట్టి, చిత్రాన్ని తిప్పడం మంచిది మరియు దృశ్యపరంగా ఆకర్షణీయంగా ఉంటుంది, తద్వారా కమ్మీలు పర్వతాల మాదిరిగా నేల నుండి నిలువుగా పైకి పెరుగుతాయి. నిలువు కమ్మీలతో కూడిన బార్ గ్రాఫ్ ను నిలువు రేఖాచిత్రం(కాలమ్ గ్రాఫ్) అని కూడా అంటారు. కాలమ్స్ అనగా భవన నిర్మాణంలో పైకప్పుకు ఆధారంగా ఉంచే స్తంభాలు.

ఎత్తైన పర్వతాల పట్టిక కోసం కాలమ్ గ్రాఫ్ క్రింద ఉంది. ఈ కాలమ్ గ్రాఫ్ నుండి, పర్వతాల ఎత్తులను పోల్చడం మరియు దృశ్యమానం చేయడం సులభం అవుతుంది.



సాధారణంగా, నిలువు కమ్మీలు లేదా నిలువు రేఖాచిత్రం కలిగి ఉన్న కమ్మీ రేఖాచిత్రాలను, భూమి నుండి పైకి కొలిచిన ఎత్తులను సూచించే సందర్భాలకు మరింత సహజమైనది, సూచనాత్మకమైనది మరియు దృశ్యమానంగా ఆకర్షణీయంగా ఉంటుంది. అదేవిధంగా, భూమికి సమాంతరంగా ఉన్న పొడవులను (ఉదాహరణకు, భూమిపై ఉన్న ప్రదేశాల మధ్య దూరాలు) సూచించే సందర్భంలో సాధారణంగా క్షితిజ సమాంతర కమ్మీలు బార్ గ్రాఫ్ లో ఉపయోగిస్తారు.

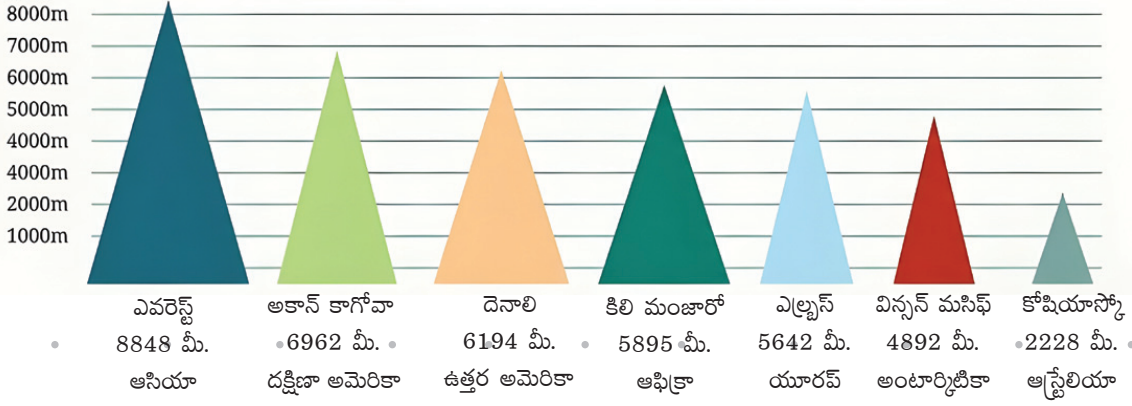


## మనం అన్వేషిద్దాం

1. మీ పాఠశాలలోని ప్రతి తరగతిలోని వ్యక్తుల యొక్క ఎత్తుల దత్తాంశమును దృశ్యమానంగా సూచించాలనుకుంటే, మీరు నిలువు కమ్మీలు లేదా క్షితిజ సమాంతర కమ్మీలలో వేటిని బార్ గ్రాఫ్ లో ఉపయోగిస్తారు. రేఖాచిత్రాలను ఉపయోగిస్తారా? ఎందుకు?
2. ప్రతి ఖండంలోని పొడవైన నదులు మరియు వాటి పొడవుల వట్టికకు బార్ గ్రాఫ్ తయారు చేయడంలో, మీరు నిలువు కమ్మీలు లేదా క్షితిజ సమాంతర కమ్మీలలో వేటిని ఉపయోగించాలనుకుంటున్నారు? ఎందుకు? ఈ సమాచారాన్ని కనుగొనడానికి ప్రయత్నించండి, ఆపై ఏ ఖండాలలో పొడవైన నదులు కలవు. సంబంధిత వట్టిక మరియు దానికి కమ్మీ రేఖాచిత్రాన్ని తయారు చేయండి.

## సమాచార చిత్రం (ఇన్ఫోగ్రాఫిక్స్)

- ❖ కమ్మీ రేఖాచిత్రాల వంటి డేటా దృశ్యీకరణను మరింత విస్తృతమైన 'కళాత్మక' మరియు దృశ్య చిత్రాలతో మరింత అందంగా తీర్చిదిద్దవచ్చు, వాటిని సంక్షిప్తంగా సమాచార చిత్రం లేదా దృశ్య సమాచార చిత్రం అంటారు. దృష్టిని ఆకర్షించే మరియు ఆకర్షణీయంగా ఉండే దృశ్యాలను ఉపయోగించి సమాచారాన్ని మరింత స్పష్టంగా మరియు త్వరగా, దృశ్యపరంగా ఆహ్లాదకరంగా కమ్యూనికేట్ చేయడమే సమాచార చిత్రాల లక్ష్యం.
- ❖ సమాచార చిత్రాల దత్తాంశమును మరింత సూచనాత్మకంగా ఎలా కమ్యూనికేట్ చేయవచ్చో చూద్దాం. ఉదాహరణకు, ప్రతి ఖండంలోని ఎత్తైన పర్వతాల జాబితా గల ఉన్న వట్టికకు తిరిగి వెళ్దాం. పర్వతాలను మరింత అర్థవంతంగా సూచించడానికి, క్షితిజ సమాంతర బార్ లతో కాకుండా నిలువు కమ్మీలతో (స్తంభాలు) కమ్మీ రేఖాచిత్రాలను గీసాము. ఇదే సందర్భంలో దీర్ఘచతురస్రాలకు బదులుగా, మనం త్రిభుజాలను ఉపయోగించవచ్చు, అవి పర్వతాల మాదిరిగా కొంచెం కనిపిస్తాయి. మరియు, మనం రంగును కూడా జోడించవచ్చు. ఫలితం కింద ఇవ్వబడింది.



ఈ సమాచార చిత్రం మొదటిసారి చూసినప్పుడు మరింత ఆకర్షణీయంగా మరియు సూచనాత్మకంగా కనిపిస్తుంది, అయినప్పటికీ, దీనికి కొన్ని సమస్యలు ఉన్నాయి. గతంలో కమ్మీ రేఖాచిత్రం యొక్క లక్ష్యం వివిధ పర్వతాల ఎత్తులను సూచించడం - తగిన ఎత్తులు కానీ ఒకే వెడల్పులు ఉన్న కమ్మీలను ఉపయోగించడం. ఒకే వెడల్పులను ఉపయోగించడం యొక్క ఉద్దేశ్యం ఏమిటంటే, మనం ఎత్తులను మాత్రమే పోల్చుతున్నామని స్పష్టం చేయడం.

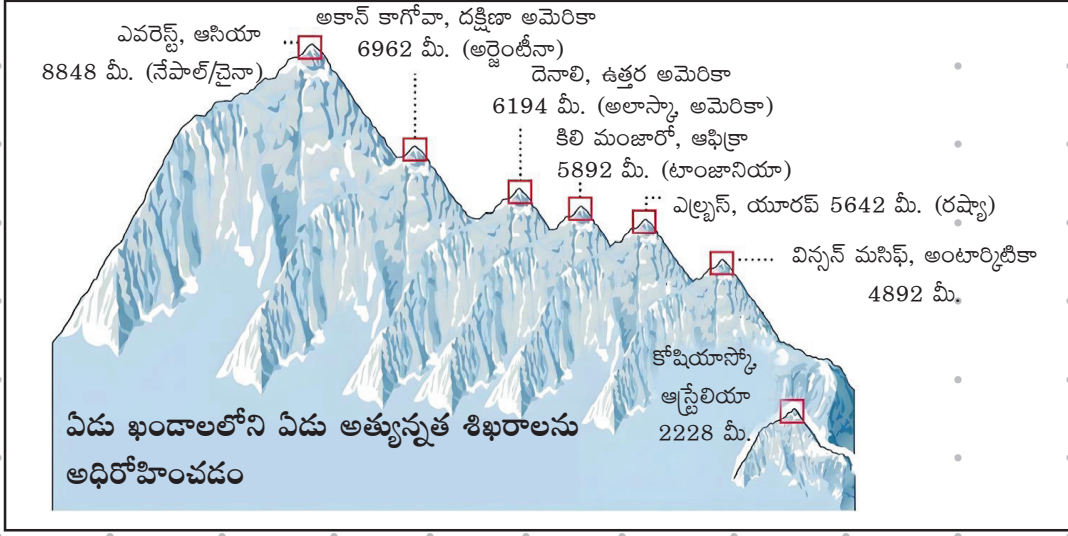
అయితే, ఈ సమాచార చిత్రంలో, ఎత్తైన త్రిభుజాలు, ఎక్కువ వెడల్పుగా ఉంటాయి! ఎత్తైన పర్వతాలు ఎల్లప్పుడూ ఎక్కువ వెడల్పుగా ఉంటాయా? సమాచార చిత్రం సూచించే అదనపు సమాచారం తప్పుదారి పట్టించేది లేదా సరైనది కాకపోవచ్చు. కొన్నిసార్లు మరింత ఆకర్షణీయమైన చిత్రాల కోసం ప్రయత్నించడం కూడా అనుకోకుండా తప్పుదారి పట్టించవచ్చు.

ఈ ఆలోచనను మరింత ముందుకు తీసుకెళ్లి, చిత్రాన్ని మరింత దృశ్యమానంగా ఉత్తేజపరిచే మరియు సూచనాత్మకమైనదిగా చేయడానికి, పర్వతాల ఆకారాలను మరింతగా పర్వతాల వలె కనిపించేలా మార్చవచ్చు మరియు ఎత్తులను సంరక్షించడానికి ప్రయత్నించేటప్పుడు ఇతర వివరాలను జోడించవచ్చు.

ఉదాహరణకు, ఈ పర్వతాలన్నింటినీ కలిగి ఉన్న ఒక ఊహాత్మక పర్వత శ్రేణిని మనం సృష్టించవచ్చు.

సమాన వెడల్పు గల దీర్ఘచతురస్రాకార స్తంభాలతో ఉన్న నిలువు రేఖాచిత్రం కంటే ఉన్న సమాచార చిత్రం మంచిదేనా? పర్వతాలు మరింత వాస్తవికంగా కనిపిస్తాయి, కానీ చిత్రం ఖచ్చితమైనదా?

ఉదాహరణకు, ఎవరెస్ట్ ఎల్బ్రస్ కంటే రెండు రెట్లు ఎత్తుగా కనిపిస్తుంది.



విది 5642 × 2?

దృశ్యపరంగా ఆకర్షణీయంగా ఉండే దత్తాంశ ప్రదర్శనలను సిద్ధం చేస్తున్నప్పుడు, మనం గీసే చిత్రాలు వాస్తవాల గురించి మనల్ని తప్పుదారి పట్టించకుండా జాగ్రత్త వహించాలి. సాధారణంగా, ఇన్ఫోగ్రాఫిక్స్ తయారుచేసేటప్పుడు లేదా చదివేటప్పుడు జాగ్రత్తగా ఉండటం ముఖ్యం.

## \*\*\* సంగ్రహంగా! \*\*\*

### I. కింది ప్రశ్నలకు సమాధానాలు రాయండి :

1. గణన చిహ్నాల(టాలీ మార్కుల)ను ఉపయోగించి కింది వాటిలో ఏది 7 సంఖ్యను సూచిస్తుంది

- ఎ) బి) సి) డి) .





2. గణిత పరీక్షలో 15 మంది విద్యార్థులు పొందిన మార్కులు (గరిష్టంగా 10 కి) క్రింద ఇవ్వబడ్డాయి: 8, 0, 5, 8, 3, 0, 8, 10, 10, 3, 4, 8, 7, 8, 9. ఇందులో 8 కంటే ఎక్కువ లేదా సమానమైన మార్కులు పొందిన విద్యార్థుల సంఖ్య ఎంత?

- ఎ) 5                      బి) 8                      సి) 6                      డి) 7

3. పాఠశాలలో 40 మంది విద్యార్థుల చొక్కా సైజును సూచించే కింది పట్టికను పూరించండి.







చొక్కా సైజు	గణన చిహ్నాలు	విద్యార్థుల సంఖ్య
30		3
32		—
34	—	8
36		—
38	—	10
40	—	7

## II. సత్యం లేదా అసత్యం :

4. ఒక పటచిత్రాలో, ఒక  చిహ్నం ఒక బుట్టలో 20 పువ్వులను సూచిస్తే,    30 పువ్వులను సూచిస్తుంది.
5. కమ్మీ రేఖాచిత్రాలలో, కమ్మీల వెడల్పు అసమానంగా ఉండవచ్చు
6. కమ్మీ రేఖాచిత్రాలలో, వరుసగా రెండు కమ్మీల మధ్య అంతరం ఒకేలా ఉండకపోవచ్చు.

## III. కింది వాటిని పరిష్కరించండి :

7. ఒక పరీక్షలో, ఒక తరగతిలోని 30 మంది విద్యార్థులు సాధించిన గ్రేడ్లు క్రింద ఇవ్వబడ్డాయి. ఈ గ్రేడ్లను టాలీ మార్కులను ఉపయోగించి పట్టికలో అమర్చండి : B, C, C, E, A, C, B, B, D, D, D, D, B, C, C, C, A, C, B, E, A, D, C, B, E, C, B, E, C, D
8. VI నుండి VIII తరగతుల విద్యార్థులలో ఇష్టమైన సబ్జెక్టును తెలుసుకోవడానికి ఒక నిర్దిష్ట పాఠశాలలో ఒక సర్వే నిర్వహించబడింది. దీనికి సంబంధించిన డేటా క్రింద ఇవ్వబడిన పటచిత్రంగా ప్రదర్శించబడింది:

సబ్జెక్టు	విద్యార్థుల సంఖ్య  = 50 విద్యార్థులు
హిందీ	
ఇంగ్లీషు	
గణితం	
సైన్స్	
సోషల్ స్టడీస్	

ఎ) విద్యార్థులలో ఏ సబ్జెక్టు అత్యంత ప్రాచుర్యం పొందింది?

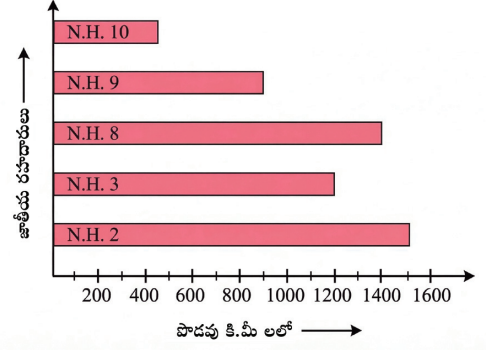
బి) ఎంత మంది విద్యార్థులు గణితాన్ని ఇష్టపడతారు?

సి) గణితం మరియు సైన్స్ కాకుండా ఇతర సబ్జెక్టులను ఇష్టపడే విద్యార్థుల సంఖ్యను కనుగొనండి.

9. క్రింద ఇవ్వబడిన కమ్మీ రేఖాచిత్రం భారతదేశంలోని కొన్ని జాతీయ రహదారుల పొడవును (కిలోమీటర్లలో) సూచిస్తుంది. కమ్మీ రేఖాచిత్రాను అధ్యయనం చేసి కింది ప్రశ్నలకు సమాధానం ఇవ్వండి.

- (ఎ) ఏ జాతీయ రహదారి (N.H.) పొడవైనది?  
 (బి) ఇచ్చిన వాటిలో ఏ జాతీయ రహదారి చిన్నది?  
 (సి) జాతీయ రహదారి 9 పొడవు ఎంత?  
 (డి) ఏ జాతీయ రహదారి పొడవు జాతీయ రహదారి

స్కేల్ : 1 యూనిట్ పొడవు = 200 కి.మీ.

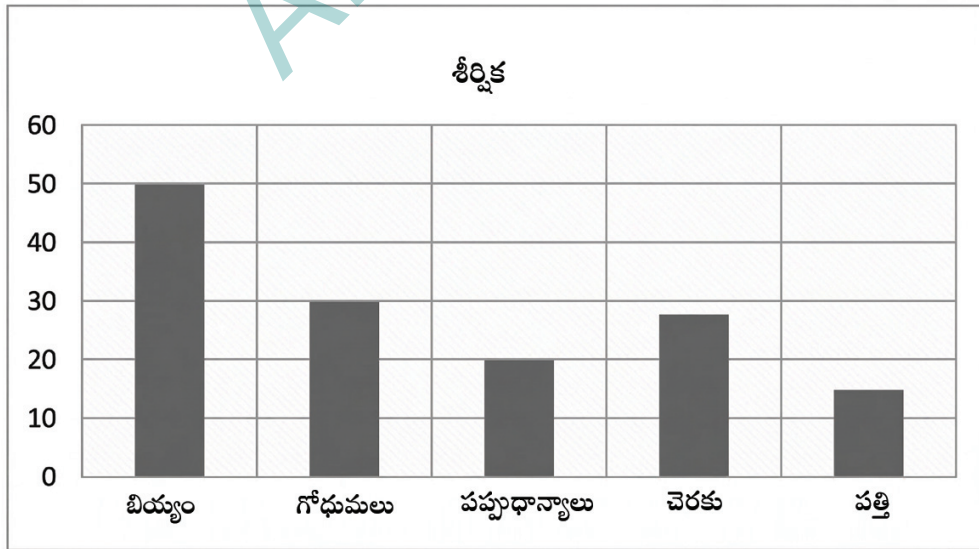


10 కంటే దాదాపు మూడు రెట్లు ఎక్కువ కలదు?

10. కింది పట్టిక వివిధ పంటలు పండించే భూ వైశాల్యాలను చూపిస్తుంది.

పంట రకం	బియ్యం	గోధుమలు	పప్పుధాన్యాలు	చెరకు	పత్తి
భూ వైశాల్యం (చ  ప్ర)	50	30	20	25	10

బాబ్జీ ఈ సమాచారం కోసం క్రింద ఇవ్వబడిన బార్ గ్రాఫ్ను గీసాడు. తులసి దానిని తనిఖీ చేసి ఏదో తప్పు జరిగిందని చెప్పింది. ఆ తప్పును కనుగొని సరిదిద్దగలరా?



11. ఒక నగరంలోని వివిధ బ్యాంకుల ATMల సంఖ్య క్రింద చూపబడింది:

బ్యాంకు	ATM ల సంఖ్య
హెచ్.డి.ఎఫ్.సి బ్యాంకు	5
యూనియన్ బ్యాంకు	15
ఇండియన్ బ్యాంకు	20
స్టేట్ బ్యాంకు	25
కెనరా బ్యాంకు	10

మీకు నచ్చిన స్కేల్ను ఎంచుకోవడం ద్వారా పై సమాచారాన్ని సూచించడానికి బార్ గ్రాఫ్ను గీయండి.

## సారాంశం

- విశ్లేషణ మరియు వివరణను సులభతరం చేయడానికి, దత్తాంశమును గణన చిహ్నాలు ఉపయోగించి పట్టిక రూపంలో నిర్వహించవచ్చు.
- పౌనఃపున్యాలు అంటే విలువలు, కొలతలు లేదా పరిశీలనలో సంభవించే గణనలు.
- పటచిత్రాలు దత్తాంశమును వస్తువులు లేదా వస్తువుల భాగాల రూపంలో సూచిస్తాయి. ప్రతి చిత్రం 1 లేదా 1 కంటే ఎక్కువ ఉండే ఫ్రీక్వెన్సీని(పౌనఃపున్యం) సూచిస్తుంది - దీనిని స్కేల్ అంటారు మరియు దానిని పేర్కొనాలి.
- కమ్మీ రేఖాచిత్రాలు ఏకరీతి వెడల్పు గల కమ్మీలను కలిగి ఉంటాయి; కమ్మీ పొడవు లేదా ఎత్తు దాని మొత్తం పౌనఃపున్యాన్ని సూచిస్తుంది. పొడవు లేదా ఎత్తును పౌనఃపున్యాలుగా మార్చడానికి ఉపయోగించే స్కేల్ను పేర్కొనాలి.
- కావలసిన సమాచారం లేదా దత్తాంశమును ఖచ్చితంగా మరియు సమర్థవంతంగా తెలియజేయడానికి మరియు దానిని దృశ్యమానంగా ఆకర్షణీయంగా చేయడానికి పటచిత్రం లేదా కమ్మీ రేఖాచిత్రం కోసం తగిన స్కేల్ను ఎంచుకోవడం ముఖ్యం.
- రేఖాచిత్రం యొక్క ఇతర అంశాలు కూడా దాని ప్రభావం మరియు దృశ్య ఆకర్షణకు దోహదం చేస్తాయి, అంటే రంగులు ఎలా ఉపయోగించబడతాయి, దానితో పాటు వచ్చే చిత్రాలు ఏవి గీశారు మరియు కమ్మీలు క్షితిజ సమాంతరంగా లేదా నిలువుగా ఉన్నాయా లాంటి అంశాలు దత్తాంశ నిర్వహణ మరియు ప్రదర్శన యొక్క కళాత్మక మరియు సౌందర్యోపాసన విలువల వైపుకు అనుగుణంగా ఉంటాయి.

# 5

## ప్రధాన సంఖ్యా సమయం



### అభ్యసన ఫలితాలు:

#### అభ్యాసకులు

- ఇచ్చిన సంఖ్యల కారణాంకాలను మరియు గుణిజాలను నిర్వచించగలరు మరియు వాటిజాబితా రాయగలరు. (CG-1)
- రెండు లేదా అంతకంటే ఎక్కువ సంఖ్యల మధ్య ఉన్న ఉమ్మడి కారణాంకాలను మరియు ఉమ్మడి గుణిజాలను కనుగొనగలరు. (CG-1)
- 100 వరకు గల ప్రధాన సంఖ్యలను మరియు సంయుక్త సంఖ్యలను గుర్తించగలరు. (CG-1)
- సంఖ్యలను ప్రధాన కారణాంకాల లబ్ధంగా రాయగలరు మరియు వాటికి సంబంధించిన సమస్యలను సాధించగలరు. (CG-2)
- భాజనీయతాసూత్రాలను ఉపయోగించి, ఒక సంఖ్య దేనితోభాగించబడుతుందో త్వరగా గుర్తించగలరు. (CG-8)
- కారణాంకాలు మరియు గుణిజాలకు సంబంధించిన ఆటలలో పాల్గొనడం ద్వారా సంఖ్యలపై అవగాహన పెంపొందించుకుంటారు. (CG-7)

### 5.0 పరిచయం

ఈ అధ్యాయం ఇడ్లీ-వడ ఆట వంటి సరదా కార్యకలాపాల ద్వారా కారణాంకాలు మరియు గుణిజాల భావాన్ని విద్యార్థులకు పరిచయం చేస్తూ, ఇది విద్యార్థులు సంఖ్యలలోని వివిధ వరుసలను గుర్తించడంలో సహాయపడుతుంది. వివిధ జాబితాలలో సంఖ్యలు ఎప్పుడు పునరావృత మవుతున్నాయో గమనించడం ద్వారా, పిల్లలు ఉమ్మడి గుణిజాలు, ఉమ్మడి కారణాంకాలు, ప్రధాన సంఖ్యలు, సంయుక్త సంఖ్యలు మరియు పరస్పర ప్రధాన సంఖ్యలు అంటే ఏమిటో నేర్చుకుంటారు. ప్రతి సంఖ్యను (1 తప్ప) ఎలా ప్రధాన కారణాంకాలుగా విడగొట్టవచ్చో, భాజనీయత సూత్రాలను ఎలా ఉపయోగించాలో, సంఖ్యల నిర్మాణాన్ని ఎలా అర్థం చేసుకోవాలో ఈ అధ్యాయం చూపిస్తుంది. పజిల్స్, రేఖాచిత్రాలు మరియు వివిధ కృత్యాల ద్వారా విద్యార్థులు సంఖ్యల ప్రపంచాన్ని ఆనందంగా, సునాయాసంగా అన్వేషిస్తూ, సంఖ్యా జ్ఞానానికి అవసరం అగు ఒక బలమైన పునాదిని నిర్మించుకుంటారు.

## 5.1 ఉమ్మడి గుణిజాలు మరియు ఉమ్మడి కారణాంకాలు



### ఇడ్లీ-వడ ఆట

పిల్లలు వృత్తాకారంలో కూర్చొని అంకెల ఆట ఆడతారు. పిల్లలలో ఒకరు '1' అని చెప్పి మొదలు పెడతారు. రెండవ ఆటగాడు 2' అని అంటాడు. ఇంకా ఆట అలా కొనసాగుతుంది. కానీ 3, 6, 9. . (3 యొక్క గుణిజాలు) వంతు వచ్చినప్పుడు. ఆటగాడు సంఖ్యకు బదులుగా 'ఇడ్లీ అని చెప్పాలి. 5, 10, .... (5 యొక్క గుణిజాలు) వంతు వచ్చినప్పుడు. ఆటగాడు సంఖ్యకు బదులుగా 'వడ' అని చెప్పాలి. సంఖ్య 3 మరియు 5 రెండింటికీ గుణిజం అయినప్పుడు, ఆటగాడు 'ఇడ్లీ-వడ' అని చెప్పాలి! ఆటగాడు ఏదైనా తప్పు చేస్తే వారు ఆట నుండి వైదొలుగుతారు .

ఒక్కరు మాత్రమే మిగిలే వరకు ఆట కొనసాగుతుంది. ఏ సంఖ్యలలో ఆటగాళ్లు సంఖ్య చెప్పడానికి బదులు 'ఇడ్లీ' అనాలి? ఇవి 3, 6, 9, 12, 18, మొదలైనవి. ఆటగాళ్లు ఏ సంఖ్యలకు 'వడ' అనాలి? ఇవి 5, 10, 20, .... మొదలైనవి. 'ఇడ్లీ-వడ' అని ఆటగాళ్ళు చెప్పవలసిన మొదటి సంఖ్య ఏది? ఇది 15, ఇది 3 యొక్క గుణిజం, మరియు 5 యొక్క గుణిజం. 3 మరియు 5 రెండింటికీ గుణిజాలుగా ఉండే ఇతర సంఖ్యలను కనుగొనండి. ఈ సంఖ్యలను ----- అంటారు.



## ఆలోచించండి-చేయండి - 5.1

- 10వ సారి 'ఇడ్లీ వడ' అని ఏ సంఖ్య వద్ద చెబుతారు?
- ఆట 1 నుండి 90 సంఖ్యల వరకు ఆడితే, క్రింది వాటిని కనుగొనండి:
  - ఎ. పిల్లలు 'ఇడ్లీ' అని ఎన్నిసార్లు అంటారు (వారు 'ఇడ్లీ-వడ' అని చెప్పే సమయాలతో సహా)?
  - బి. పిల్లలు 'వడ' అని ఎన్నిసార్లు అంటారు (వారు 'ఇడ్లీ- వడ' అని చెప్పే సమయాలతో సహా)?
  - సి. పిల్లలు 'ఇడ్లీ వడ' అని ఎన్నిసార్లు అంటారు?
- 900 వరకు ఆట ఆడితే ఎలా ఉంటుంది? మీ సమాధానాలు ఎలా మారుతాయి?

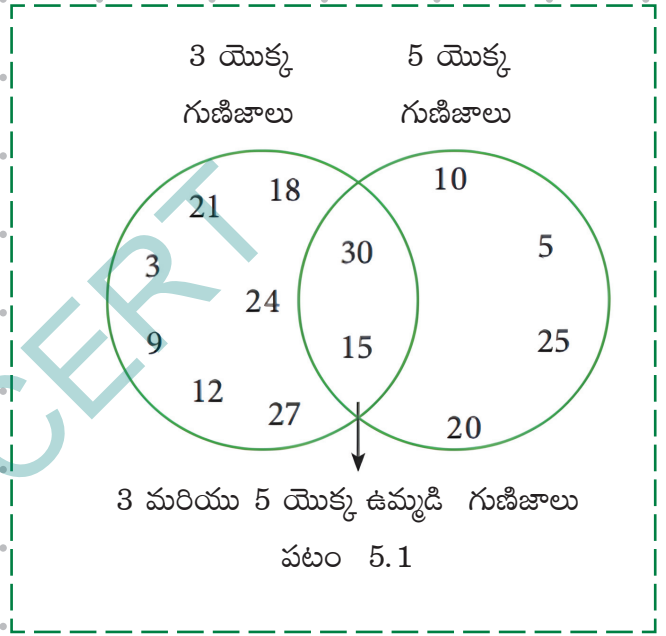
- ప్రక్క పటానికి 'ఇడ్లీ వడ' ఆటకు సంబంధం ఉందా?

**సూచన:** 30 వచ్చు వరకు ఆట ఆడటాన్ని ఊహించుకోండి. ఆటను 60 వరకు ఆడినట్లయితే బొమ్మను గీయండి.

- ❖ ఇప్పుడు మనం వివిధ జతల సంఖ్యలతో 'ఇడ్లీ-వడ' ఆటను ఆడుకుందాం:
- ఎ. 2 మరియు 5,
  - బి. 3 మరియు 7,
  - సి. 4 మరియు 6.

చిన్న సంఖ్య యొక్క గుణిజాలకు 'ఇడ్లీ', పెద్ద సంఖ్య యొక్క గుణిజాలకు 'వడ' మరియు ఉమ్మడి గుణిజాలకు 'ఇడ్లీ-వడ' అని అంటాము.

ఒకవేళ ఆటను 60 వరకు ఆడినట్లయితే పటం 5.1ను పోలిన బొమ్మను గీయండి.



ఈ క్రింది వాటిలో ఏది ఇతర సంఖ్య కావచ్చు:

2, 3, 5, 8, 10?

**జంప్ జాక్ పాట్**

జంప్ మరియు గ్రంప్ ఒక ఆట ఆడతారు.

- గ్రంప్ ఒక సంఖ్య వద్ద నిధిని ఉంచుతాడు. ఉదాహరణకు, అతను దానిని 24 లో పెట్టవచ్చు.
- జంప్ గెంజే పరిమాణమును ఎంచుకుంటాడు. ఒకవేళ అతడు 4ను ఎంచుకున్నట్లయితే, అతడు 0 నుంచి ప్రారంభమయ్యే 4 యొక్క గుణిజాల పై మాత్రమే దూకాలి.
- గ్రంప్ ఉంచిన సంఖ్యపై జంప్ గెంజే గలిగితే ఆ నిధి లభిస్తుంది.

జంప్ ఏ గెంజే పరిమాణమును ఎంచుకుంటే 24 మీదకు గెంతుగలడు.

అతను 4ను ఎంచుకుంటే: జంప్ 4 → 8 → 12 → 16 → 20 → 24 → 28 → ...

మీద దిగుతాడు. ఇతర విజయవంతమైన దుమికే పరిమాణాలు 2, 3, 6, 8 మరియు 12.



గెంజే పరిమాణాలు 1 మరియు 24 అయితే అవుడు ఏమవుతుంది? అవును, అవి కూడా 24 మీద దిగుతాయి. సంఖ్యలు 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24 అన్నీ 24ని ఖచ్చితంగా భాగిస్తాయి. ఇలాంటి సంఖ్యలను 24 యొక్క కారణాంకాలు లేదా విభజకాలు అని గుర్తుంచుకోండి.

గ్రంప్ ఆట స్థాయిని పెంచుతాడు. రెండు వేర్వేరు సంఖ్యల వద్ద రెండు నిధులు పెట్టాడు. జంప్ ఒక గెంజే పరిమాణాన్ని ఎంచుకుని, అదే దానికి కట్టుబడి ఉండాలి. ఎంచుకున్న గెంజే పరిమాణము తో రెండు అంకెలపై గెంజేనే జంప్ కి సంపదలు లభిస్తాయి. మునుపటిలాగే, జంప్ 0 వద్ద ప్రారంభమవుతాడు.

గ్రంప్ ఈ నిధి ని 14 మరియు 36 సంఖ్యల వద్ద భద్రపరిచాడు. మరియు, జంప్ గెంజే పరిమాణమును 7 గా ఎంచుకుంటాడు.

ఈ రెండు నిధులపైకి జంప్ గెంజేగలడా? జంప్ 0 నుంచి 7 చొప్పున దూకితే,  
7 → 14 → 21 → 28 → 35 → 42 ..... అతను 14 మీద దిగుతాడు కానీ, 36 మీద దిగడు.

అతనికి నిధి లభించలేదు. అతను ఏ గెంఠే పరిమాణం ను ఎంచుకోవాలి?

14 యొక్క కారణంకాలు: 1, 2, 7, 14. అందువల్ల, ఈ గెంఠే పరిమాణాలు 14 వద్దకు చేరి 14 పై దిగడం (ల్యాండ్ అవ్వడం) జరుగుతుంది.

36 యొక్క కారణంకాలు : 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36. అందువల్ల, ఈ గెంఠే పరిమాణాలు 36 పై దిగడం (ల్యాండ్ అవ్వడం) జరుగుతుంది.

కాబట్టి, 1 లేదా 2 యొక్క గెంఠే పరిమాణాలు 14 మరియు 36 రెండింటిలోనూ ల్యాండ్ (అనగా దిగడం) జరుగుతుంది. 1 మరియు 2 అనేవి 14 మరియు 36 యొక్క ఉమ్మడి కారణంకాలు.

రెండు నిధులను చేరుకునేందుకు ఉపయోగించే గెంఠే పరిమాణాలు అవి ఉంచిన సంఖ్యల ఉమ్మడి కారణంకాలు అని గమనించండి.

❖ రెండు నిధులను చేరుకోగల గెంఠే పరిమాణాలు నిధిని ఉంచిన రెండు సంఖ్యల యొక్క ఉమ్మడి కారణంకాలు అవుతాయి.

15 మరియు 30 రెండింటినీ ఏ గెంఠే పరిమాణం చేరుకోగలదు? ఇక్కడ చాలా గెంఠే పరిమాణాలు సాధ్యము. వాటన్నిటినీ వెతికే ప్రయత్నం చేయండి.

❖ కింది పట్టిక చూడండి. మీరు ఏమి గమనించారు?

31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70

పట్టికలో,

1. షేడెడ్ చేయబడిన సంఖ్యల మధ్య ఏదైనా సారూప్యత ఉందా?
2. వృత్తం లో ఉంచబడిన సంఖ్యల మధ్య ఏదైనా సారూప్యత ఉందా?
3. ఏ సంఖ్యలు షేడెడ్ మరియు వృత్తం లో ఉంచబడతాయి? ఈ సంఖ్యలను ఏమని పిలుస్తారు?



ఆలోచించండి-చేయండి - 5.2

1. 310 మరియు 410 మధ్య ఉన్న 40 యొక్క అన్ని గుణిజాలు కనుగొనండి.

2. నేను ఎవరు?

ఎ. నేను 40 కన్నా చిన్న ఒక సంఖ్యను నా కారణాంకాలలో ఒకటి 7. నా అంకెల మొత్తం 8.

బి. నేను 100 కన్నా చిన్న ఒక సంఖ్యను నా రెండు కారణాంకాలు 3 మరియు 5. నా సంఖ్య లోని ఒక అంకె మరొక అంకె కన్నా 1 ఎక్కువ.

3. ఒక సంఖ్య యొక్క అన్ని కారణాంకాల మొత్తం ఆ సంఖ్య రెట్టింపు విలువకు సమానంగా ఉన్న సంఖ్యను పరిపూర్ణ సంఖ్య అని అంటారు. 28 అనే సంఖ్య పరిపూర్ణ సంఖ్య. దీని కారణాంకాలు 1, 2, 4, 7, 14 మరియు 28. వాటి మొత్తం 56, ఇది ఆ సంఖ్య 28 కి రెట్టింపు. 1 మరియు 10 మధ్య గల పరిపూర్ణ సంఖ్యను కనుగొనండి.

4. క్రింది వాని యొక్క ఉమ్మడి కారణాంకాలను (సామాన్య కారణాంకాలు) కనుగొనండి

ఎ. 20 మరియు 28

బి. 35 మరియు 50

సి. 4,8 మరియు 12

డి. 5,15 మరియు 25

5. 25 యొక్క గుణిజం అవుతూ, 50 కు గుణిజం కానటువంటి ఏ మూడు సంఖ్యలనైనా కనుగొనండి.

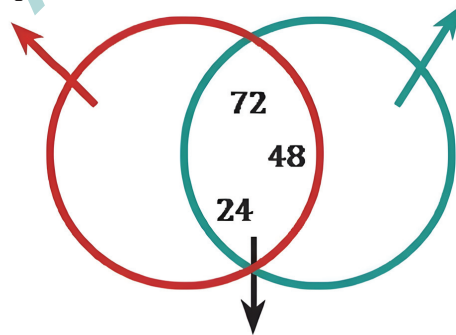
6. అన్న మరియు అతని స్నేహితులు 10 కంటే రెండు చిన్న సంఖ్యలతో 'ఇడ్లీ-వడ' ఆట ఆడుతున్నారు 50. సంఖ్య వచ్చిన తర్వాత ఎవరైనా 'ఇడ్లీ-వడ' అని చెబితే, ఆ 'ఇడ్లీ' మరియు 'వడ' అనే రెండు సంఖ్యలు ఏవై ఉండవచ్చు?

7. నిధి వేట ఆటలో, గ్రంపీ 28 మరియు 70 లలో నిధిని ఉంచాడు. ఈ రెండు సంఖ్యలపై దిగే (ల్యాండ్ అయ్యే) గెంతు పరిమాణం ఎంత ఉండాలి?

8. క్రింది చిత్రంలో, రిషి ఉమ్మడి గుణిజాలును తప్ప మిగతా అన్ని సంఖ్యలను తీసివేశాడు. ఆ సంఖ్యలు ఏమై ఉండవచ్చో కనుగొని, ఖాళీ ప్రాంతాలను ఆ తీసివేసిన సంఖ్యలతో పూరించండి.

..... యొక్క గుణిజాలు

..... యొక్క గుణిజాలు



ఉమ్మడి గుణిజాలు

9. 1 నుండి 10 వరకు ఉన్న సంఖ్యల్లో 7 తప్ప మిగతా అన్ని సంఖ్యలకు గుణిజమయ్యే అతి చిన్న సంఖ్యను కనుగొనండి.

10. 1 నుండి 10 వరకు ఉన్న అన్ని సంఖ్యలకు గుణిజమయ్యే అతి చిన్న సంఖ్యను కనుగొనండి.

గణిత చర్చ



ప్రయత్నించండి

## 5.2 ప్రధాన సంఖ్యలు

రిషి మరియు అనూష తమ పొలంలో పండించిన మామిడి పండ్లను ప్యాక్ చేయాలనుకుంటున్నారు. రిషి ప్రతి పెట్టెలో 12 మామిడి పండ్లను ప్యాక్ చేయాలనుకుంటాడు. మరియు అనూష ప్రతి పెట్టెలో 7 మామిడి పండ్లను ప్యాక్ చేయాలనుకుంటున్నాడు. ఎన్ని అమరికలు సాధ్యమవుతాయి?

ఆలోచించండి మరియు వివిధ మార్గాలను కనుగొనండి.

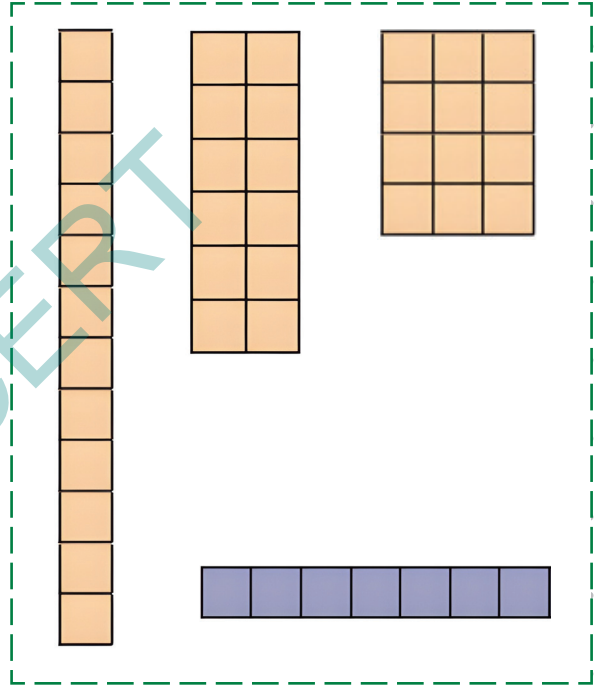
1. రిషి 12 మామిడి పండ్లను దీర్ఘచతురస్రాకార పద్ధతిలో అమర్చగలడు.
2. అనూష దీర్ఘచతురస్రాకార పద్ధతిలో 7 మామిడి పండ్లను అమర్చగలడు.

రిషి ఈ అవకాశాలను జాబితాగా చేసాడు.

ప్రతి అమరికలో ఉన్న అడ్డు వరుసల సంఖ్యను మరియు నిలువు వరుసల సంఖ్యను గమనించండి. ఆ సంఖ్యలు 12తో ఎలా సంబంధం కలిగి ఉన్నాయి?

ఉదాహరణకు, రెండవ అమరికలో 12 మామిడి పండ్లు 2 నిలువు వరుసల్లో, ఒక్కో వరుసలో 6 చొప్పున అమర్చబడ్డాయి, అంటే  $12 = 2 \times 6$ .

అనూష మాత్రం ఒకే ఒక్క అమరిక చేయగలిగింది :  $7 \times 1$  లేదా  $1 \times 7$ . ఇవి తప్ప మరే ఇతర దీర్ఘచతురస్రాకార అమరికలు సాధ్యం కావు. రిషి చేసిన ప్రతి అమరికలో, అడ్డు వరుసల సంఖ్యను నిలువు వరుసల సంఖ్యతో గుణిస్తే 12 వస్తోంది. అందువల్ల, ఆ అడ్డు వరుసలు లేదా నిలువు వరుసల సంఖ్యలు 12 యొక్క కారణంకాలు అవుతాయి.



12 అనే సంఖ్యను ఒక కంటే ఎక్కువ విధాలుగా

దీర్ఘచతురస్రాకారంగా అమర్చవచ్చు, ఎందుకంటే 12కి రెండు కంటే ఎక్కువ కారణంకాలు ఉన్నాయి.

కానీ 7 అనే సంఖ్యను మాత్రం ఒకే విధంగా అమర్చవచ్చు, ఎందుకంటే దానికి రెండు కారణంకాలు మాత్రమే, అవి 1 మరియు 7.

రెండు కారణంకాలు మాత్రమే ఉన్న సంఖ్యలను ప్రధాన సంఖ్యలు అంటారు.

కొన్ని మొదటి ప్రధాన సంఖ్యలు - 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19.

ఒక ప్రధాన సంఖ్యకు ఉన్న కారణంకాలు 1 మరియు ఆ సంఖ్య మాత్రమే అని గమనించండి.

రెండు కంటే ఎక్కువ కారణంకాలు ఉన్న సంఖ్యలు ఏమని పిలుస్తారు? వాటిని సంయుక్త సంఖ్యలు అని పిలుస్తారు. మొదటి కొన్ని సంయుక్త సంఖ్యలు - 4, 6, 8, 9, 10, 12, 14, 15, 16, 18, 20.

మరి 1 సంగతి ఏమిటి? 1కు ఒకే ఒక కారణంకం ఉంటుంది. అందువల్ల 1 అనేది ప్రధాన సంఖ్య కాదు, సంయుక్త సంఖ్య కూడా కాదు.

❖ 21 నుండి 30 వరకు ఎన్ని ప్రధాన సంఖ్యలు ఉన్నాయి? 21 నుండి 30 వరకు ఎన్ని సంయుక్త సంఖ్యలు ఉన్నాయి?

**1 నుండి 100 వరకు ఉన్న అన్ని ప్రధాన సంఖ్యల జాబితా చేయగలమా?**

ఇక్కడ ప్రధాన సంఖ్యలను కనుగొనే ఒక ఆసక్తికరమైన పద్ధతి ఉంది. క్రింద చెప్పిన సోపానాలను అనుసరించండి, ఏమి జరుగుతుందో గమనించండి.

**సోపానం 1:** సంఖ్య 1ని కొట్టివేయండి. ఎందుకంటే అది ప్రధాన సంఖ్య కాదు, సంయుక్త సంఖ్య కూడా కాదు.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

**సోపానం 2:** సంఖ్య 2 ను వృత్తం పెట్టండి. దాని తరువాత వచ్చే 2 యొక్క గుణిజాలు అయిన 4, 6, 8 మొదలైన సంఖ్యలను కొట్టి వేయండి.

**సోపానం 3:** తర్వాత గీత వేయకుండా మిగిలి ఉన్న సంఖ్య 3. సంఖ్య 3 కు వృత్తం పెట్టండి. దాని తరువాత వచ్చే 3 యొక్క గుణిజాలు అయిన 6, 9, 12 మొదలైన సంఖ్యలను కొట్టి వేయండి.

**సోపానం 4:** తర్వాత గీత వేయకుండా మిగిలి ఉండే సంఖ్య 5. సంఖ్య 5 కు వృత్తం పెట్టండి. దాని తరువాత వచ్చే 5 యొక్క గుణిజాలు అయిన 10, 15, 20 మొదలైన సంఖ్యలను కొట్టి వేయండి.

**సోపానం 5:** ఈ ప్రక్రియను జాబితాలో ఉన్న అన్ని సంఖ్యలు వృత్తం పెట్టబడే వరకు లేదా కొట్టివేసే వరకు కొనసాగించండి.

వృత్తం పెట్టిన అన్ని సంఖ్యలు ప్రధాన సంఖ్యలు. గీత వేసి తొలగించిన సంఖ్యలు, 1 తప్ప మిగిలినవి సంయుక్త సంఖ్యలు. ఈ పద్ధతిని ఎరటోస్తనీస్ వడపోత లేదా జల్లెడ పద్ధతి అని అంటారు. ఈ విధానాన్ని 100 కన్నా ఎక్కువ సంఖ్యలకూ కొనసాగించవచ్చు.

**ఎరటోస్తనీస్** అనే గ్రీకు గణిత శాస్త్రవేత్త సుమారు 2200 సంవత్సరాల క్రితం జీవించాడు. ప్రధాన సంఖ్యల జాబితా చేయడానికి ఈ పద్ధతిని ఆయనే అభివృద్ధి చేశాడు.

రిషి మరియు అనూష ఈ సాధారణ విధానం ఎలా ప్రధాన సంఖ్యలను కనుగొనగలుగుతోంది అని ఆశ్చర్యపడ్డారు! ఈ పద్ధతి ఎలా పనిచేస్తుందో ఆలోచించండి. పై ఇచ్చిన దశలను మళ్ళీ చదవండి మరియు ప్రతి దశ పూర్తయ్యాక ఏమి జరుగుతుందో గమనించండి.

పట్టిక 1





### ఆలోచించండి - చేయండి - 5.3

1. మనకు 2 ఒక ప్రధాన సంఖ్య మరియు ఒక సరి సంఖ్య అని తెలుస్తుంది. మరొక ఇతర సరి ప్రధాన సంఖ్య ఉందా?
2. 100 వరకు ఉన్న ప్రధాన సంఖ్యల జాబితాను చూడండి. వరుసగా వచ్చే రెండు ప్రధాన సంఖ్యల మధ్య ఉన్న అత్యల్ప తేడా ఎంత? అత్యధిక తేడా ఎంత?
3. అంతక ముందు పేజీలోని పట్టిక 1లో ప్రతి వరుసలో ప్రధాన సంఖ్యలు సమానంగా ఉన్నాయా? ఏ దశకంలో ప్రధాన సంఖ్యలు అతి తక్కువగా ఉన్నాయి? ఏ దశకంలో ప్రధాన సంఖ్యలు అతి ఎక్కువగా ఉన్నాయి?

### కాల ప్రవాహంలో ప్రధాన సంఖ్యలు

ప్రధాన సంఖ్యలు పూర్ణసంఖ్యలకి పునాది రాళ్ళ వంటివి. గ్రీకు నాగరిక సమయం నుండి (సుమారు 2000 సంవత్సరాల క్రితం) ప్రారంభించి, నేటి వరకు గణిత శాస్త్రవేత్తలు ఇంకా వీటి రహస్యాలను తెలుసుకోవడానికి ప్రయత్నిస్తూనే ఉన్నారు!

**మెడడుకు మేత :** అతి పెద్ద ప్రధాన సంఖ్య ఏదైనా ఉందా? లేక ప్రధాన సంఖ్యల జాబితాకు అంతం లేదా? యూక్లిడ్ అనే గణిత శాస్త్రవేత్త దీనికి సమాధానం కనుగొన్నారు. మీరు కూడా అది పై తరగతుల్లో తెలుసుకుంటారు!

**సరదా నిజం :** మానవుడు ఇప్పటివరకు “రాయగలిగిన” అత్యంత పెద్ద ప్రధాన సంఖ్య చాలా పెద్దది కాబట్టి, దాన్ని వ్రాయడానికి సుమారు 6500 పేజీలు అవసరం అవుతుంది!

అందుకే వారు దాన్ని కంప్యూటర్లో మాత్రమే వ్రాయగలిగారు!

4. ఈ సంఖ్యలలో ఏవి ప్రధాన సంఖ్యలు? 23, 51, 37, 26
5. 20 లోపు వుండే ప్రధాన సంఖ్యలతో మొత్తం వాటి 5 యొక్క గుణిజం అయ్యే మూడు జతల ప్రధాన సంఖ్యలు రాయండి.
6. సంఖ్యలు 13 మరియు 31 ప్రధాన సంఖ్యలు. ఇవి రెండూ అదే అంకెలైన 1 మరియు 3 కలిగి ఉన్నాయి. 1 నుండి 100 వరకు గల అలాంటి ప్రధాన సంఖ్యల జతలు కనుగొనండి.
7. 1 మరియు 100 మధ్య వరుసగా వచ్చే ఏడు సంయుక్త సంఖ్యలను కనుగొనండి.
8. కవల ప్రధాన సంఖ్యలు అంటే రెండు ప్రధాన సంఖ్యల మధ్య తేడా 2 ఉండటం. ఉదాహరణకి 3 మరియు 5, అలాగే 17 మరియు 19 కవల ప్రధాన సంఖ్యలు. 1 మరియు 100 మధ్య ఉన్న మిగిలిన కవల ప్రధాన సంఖ్యలను కనుగొనండి.

9. క్రింద గల ప్రవచనాలు సత్యమా! లేదా అసత్యమా! అని గుర్తించి, వివరణ ఇవ్వండి.
- ఎ. ఒకట్ల స్థానంలో 4 ఉన్న ప్రధాన సంఖ్య ఏదీ లేదు.
- బి. ప్రధాన సంఖ్యల లబ్ధం కూడా ప్రధాన సంఖ్య కావచ్చు.
- సి. ప్రధాన సంఖ్యలకు ఏ విధమైన కారణాంకాలు ఉండవు.
- డి. సరి సంఖ్యలు అన్నీ సంయుక్త సంఖ్యలు అవుతాయి.
- ఇ. 2 ఒక ప్రధాన సంఖ్య, అలాగే దాని తర్వాతి సంఖ్య 3 కూడా ప్రధాన సంఖ్య. ఇతర అన్ని ప్రధాన సంఖ్యలలో, తరువాతి సంఖ్య సంయుక్త సంఖ్యే అవుతుంది.
10. క్రింది సంఖ్యలలో ఏది ఖచ్చితంగా మూడు వేర్వేరు ప్రధాన సంఖ్యలను గుణించగా వచ్చే లబ్ధము అవుతుంది?  
45, 60, 91, 105, 330
11. 2, 4 మరియు 5 అనే అంకెలను ఒక్కసారి మాత్రమే ఉపయోగించి, ఎన్ని మూడు అంకెల ప్రధాన సంఖ్యలను రూపొందించవచ్చు?
12. 3 ఒక ప్రధాన సంఖ్య మరియు  $2 \times 3 + 1 = 7$  కూడా ఒక ప్రధాన సంఖ్య అని గమనించండి. ఇదే విధముగా, ఒక ప్రధాన సంఖ్యను రెండింటలు చేసి 1 కలిపితే మరో ప్రధాన సంఖ్య వచ్చే ఉదాహరణలు ఇంకా ఉన్నాయా? అటువంటి కనీసం అయిదు ఉదాహరణలను కనుగొనండి.

### 5.3 నిధులు భద్రపరిచేందుకు సహాయపడే పరస్పర ప్రధాన సంఖ్యలు :

సురక్షితమైన సంఖ్యల జతలు ఏవి?

మనం మళ్ళీ నిధి వెతకే ఆటకు వెళదాము. ఈసారి నిధులను రెండు సంఖ్యలపై ఉంచారు. జంపీ రెండూ సంఖ్యలనూ చేరగలిగితేనే నిధులను పొందగలడు, అదే గెంతు పరిమాణం ఉపయోగించి. కానీ ఒక కొత్త నియమం ఉంది గెంతు పరిమాణం 1 అనుమతించబడదు.

✿ అయితే గ్రంపీ నిధులను ఎక్కడ ఉంచితే జంపీ రెండు సంఖ్యలను చేరలేడు?

నిధిని 12 మరియు 26 పై ఉంచితే సరియైనదేనా? కాదు!

జంప్ పరిమాణాన్ని 2గా ఎంచుకుంటే, జంపీ 12కూ, 26కూ రెండింటికీ చేరగలడు.

4 మరియు 9 జత ఎలా ఉంటుంది. జంపీ 1 తప్ప ఎలాంటి గెంతు పరిమాణంతోనూ 4 మరియు 9 రెండింటినీ చేరలేడు. అందువల్ల 4 మరియు 9 జత సురక్షితం అని గ్రంపీకి తెలుసు.

ఇప్పుడు ఈ జతలు సురక్షితమా చూడండి.

ఎ. 15 మరియు 39

బి. 4 మరియు 15

సి. 18 మరియు 29

డి. 20 మరియు 55

సురక్షిత జతలలో ప్రత్యేకత ఏమిటి? సురక్షితమైన జతలకు 1 తప్ప మరే ఉమ్మడి కారణాంకం ఉండదు. పరస్పర ప్రధాన సంఖ్యలు అంటే రెండు సంఖ్యలకు 1 తప్ప మరే ఇతర ఉమ్మడి కారణాంకం లేనప్పుడు వాటిని పరస్పర ప్రధాన సంఖ్యలు అంటారు.

**ఉదాహరణ:** 15 మరియు 39 కి 3 అనే ఉమ్మడి కారణాంకం ఉంది. కాబట్టి అవి పరస్పర ప్రధాన సంఖ్యలు కావు. కానీ 4 మరియు 9 లు పరస్పర ప్రధాన సంఖ్యలు అవుతాయి.

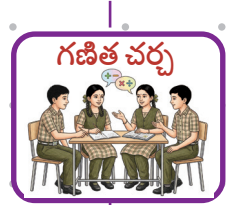
❖ క్రింది సంఖ్యల జతల్లో ఏవి పరస్పర ప్రధాన సంఖ్యలు?

- ఎ. 18 మరియు 35                      బి. 15 మరియు 37                      సి. 30 మరియు 415  
డి. 17 మరియు 69                      ఇ. 81 మరియు 18

❖ 'ఇడ్డీ-వడ' ఆటలో వేర్వేరు అనేక సంఖ్యల జతలతో ఆడుతూ, అనూప గమనించిన ఆసక్తికర విషయాలు:

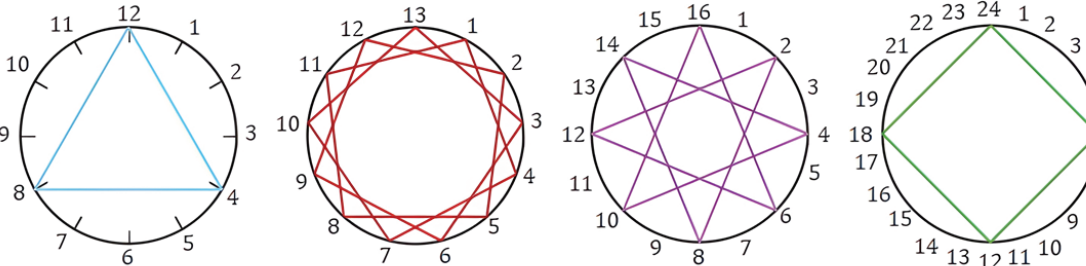
1. కొన్నిసార్లు రెండు సంఖ్యల లబ్ధం వాటి మొదటి సామాన్య గుణిజాన్ని ఇస్తుంది.
2. మరికొన్ని సందర్భాల్లో ఆ రెండు సంఖ్యల లబ్ధం కంటే మొదటి సామాన్య గుణిజం తక్కువగా ఉంటుంది.

పై వాటికి ప్రతి సందర్భానికి ఉదాహరణలు కనుగొనండి. సంఖ్యల జత పరస్పర ప్రధాన సంఖ్యలు కావడానికి దీనికి ఎటువంటి సంబంధం ఉంది?



### పరస్పర ప్రధాన సంఖ్యల కళ

❖ క్రింది దారపు కళా చిత్రాలను గమనించండి. మొదటి చిత్రంలో 12 మేకులు ఉన్నాయి. దారాన్ని ప్రతి నాలుగో మేకుకి చుట్టారు (దీనిని దారపు-అంతరం 4 అంటాము). రెండవ చిత్రంలో 13 మేకులు ఉన్నాయి. ఇందులో దారపు-అంతరం 3. మరి మిగతా చిత్రాల విషయం ఏమిటి? ఈ చిత్రాలను జాగ్రత్తగా గమనించి, మీకు కనిపించిన విషయాలను మీ తోటి విద్యార్థులతో తరగతిలో చర్చించండి.



దారపు కళా చిత్రాలు కొన్ని చిత్రాలలో దారమును ప్రతి మేకుకి చుట్టారు. మరికొన్ని చిత్రాలలో అలా ప్రతి మేకుకి చుట్టలేదు. ఇది ఆ రెండు సంఖ్యలకు (మేకుల సంఖ్యకు మరియు దారపు-అంతరానికి) పరస్పర ప్రధాన సంఖ్యలకు సంబంధం ఉందా?

దారపు కళా చిత్రాన్ని తయారు చేస్తున్నప్పుడు, మీరు ఒక దారపు-అంతరంను అంటే ప్రతి సారి దారాన్ని చుట్టేటప్పుడు ఎన్ని మేకులను దాటాలి అనేది ఎంచుకుంటారు.

మేకుల సంఖ్యకు మరియు దారపు-అంతరానికి ఉమ్మడి గుణకంగా 1 మాత్రమే ఉంటే (అవి పరస్పర ప్రధాన సంఖ్యలైతే), దారం ప్రతి మేకును తాకుతుంది మరియు ఒక పెద్ద, అందమైన ఆకృతిని ఏర్పరుస్తుంది. అదే వాటికి 1 కాకుండా మరొక ఉమ్మడి గుణకం ఉంటే, దారం అన్ని మేకులను తాకదు, ఒక పెద్ద ఆకృతి బదులు చిన్నచిన్న పునరావృత వలయాలను మాత్రమే ఏర్పరుస్తుంది.



## ప్రాజెక్ట్ పని

క్రింద ఇచ్చిన వాటికి దారపు కళా చిత్రాలను తయారు చేయండి:

ఎ. 15 మేకులు, దారపు-అంతరం 10

బి. 10 మేకులు, దారపు-అంతరం 7

సి. 14 మేకులు, దారపు-అంతరం 6

డి. 8 మేకులు, దారపు-అంతరం 3

### 5.4 ప్రధాన కారణాంక విభజన

రెండు సంఖ్యలు పరస్పర ప్రధాన సంఖ్యలా కాదా అనేది సరిచూడటం.

ఉపాధ్యాయుడు : 56 మరియు 63 పరస్పర ప్రధాన సంఖ్యలేనా?

అనూష మరియు రిషి : వీటికి 1 తప్ప మరేదైనా ఉమ్మడి కారణాంకం ఉంటే, అవి పరస్పర ప్రధాన సంఖ్యలు కావు. ఇప్పుడు సరిచూద్దాం.

అనూష : నేను  $56 = 14 \times 4$  గా,  $63 = 21 \times 3$  గా వ్రాయగలను. అందువలన 14 మరియు 4 అనేవి 56 కి కారణాంకాలు. అలాగే 21 మరియు 3 అనేవి 63 కి కారణాంకాలు. కాబట్టి ఇందులో ఉమ్మడి కారణాంకాలు లేవు. అందుచేత ఈ సంఖ్యలు పరస్పర ప్రధాన సంఖ్యలు.

రిషి : అవును. నేను కూడా  $56 = 7 \times 8$  గా,  $63 = 9 \times 7$  గా వ్రాయగలను. ఇక్కడ 7 అనే సంఖ్య రెండింటికీ కారణాంకమే. కాబట్టి ఇవి పరస్పర ప్రధాన సంఖ్యలు కావు.

స్పష్టంగా, 7 ఉమ్మడి కారణాంకము కావడం వల్ల రిషి మాటే సరైనది.

❖ అయితే అనూష ఎక్కడ పొరపాటు చేసింది?

$56 = 14 \times 4$  అని వ్రాయడం వల్ల 14 మరియు 4 రెండూ 56 కు కారణాంకాలు అని తెలుస్తుంది. కానీ ఇది 56 కు ఉన్న అన్ని కారణాంకాలను తెలియజేయదు. అదే విషయం 63 యొక్క కారణాంకాల విషయంలో కూడా వర్తిస్తుంది.

ఇంకొక ఉదాహరణ చూద్దాం: 80 మరియు 63. ఈ రెండు సంఖ్యలను కారణాంకాలుగా విడగొట్టడానికి చాలా విధానాలు ఉన్నాయి.

$$80 = 40 \times 2 = 20 \times 4 = 10 \times 8 = 16 \times 5 = ???$$

$$63 = 9 \times 7 = 3 \times 21 = ???$$

ఇక్కడ '???' అని వ్రాయడం వల్ల, ఈ సంఖ్యలను ఇంకా ఎన్నో విధాలుగా కారణాంకాలుగా విడగొట్టవచ్చని అర్థం. ఇప్పుడు, ఇవ్వబడిన కారణాంక విభజనలో ఒకదాన్ని తీసుకుందాం. ఉదాహరణకు,

$80 = 16 \times 5$   $63 = 9 \times 7$ . ఇవీ రెండింటిలో ఉమ్మడి కారణాంకాలు లేవు. అయితే, 80 మరియు 63 పరస్పర ప్రధాన సంఖ్యలని తేల్చేయగలమా? అనూష చేసిన పొరపాటు చూస్తే, అలా నిర్ధారించకూడదు అని మనకు అర్థమవుతుంది,

ఎందుకంటే అదే సంఖ్యలను ఇంకొక విధంగా కారణాంకాలుగా విడగొడితే ఉమ్మడి కారణాంకం రావచ్చు. అందుకే,

రెండు సంఖ్యలు పరస్పర ప్రధాన సంఖ్యలా! కాదా! అనేది తెలుసుకోవాలంటే మనకు ఒక క్రమబద్ధమైన (సిస్టమేటిక్) విధానం అవసరం.

## ప్రధాన కారణాంక విభజన

56 వంటి ఒక సంఖ్యను తీసుకుందాం.  $56 = 4 \times 14$  అని వ్రాయవచ్చు కాబట్టి, 56 ఒక సంయుక్త సంఖ్య. అందువల్ల 4 మరియు 14 రెండూ 56 కు కారణాంకాలు. ఇప్పుడు వాటిలో ఒకటైన 14 ను తీసుకుందాం. 14 కూడా ఒక సంయుక్త సంఖ్య. దాన్ని  $14 = 2 \times 7$  గా వ్రాయవచ్చు.

కాబట్టి,  $56 = 4 \times 2 \times 7$ . ఇప్పుడు 4 కూడా సంయుక్త సంఖ్య. దాన్ని  $4 = 2 \times 2$  గా వ్రాయవచ్చు. అందువల్ల,  $56 = 2 \times 2 \times 2 \times 7$ . ఇందులో కనిపిస్తున్న కారణాంకాలు 2 మరియు 7 ఇవి రెండూ ప్రధాన సంఖ్యలు కాబట్టి వీటిని ఇకపై మరింతగా విభజించలేము. అందువల్ల, 56 ను ప్రధాన సంఖ్యల కారణాంకాల లబ్ధంగా రాశాము. దీనినే 56 యొక్క “ప్రధాన కారణాంక విభజన” అంటారు.

ఇందులో ఉన్న విడివిడి కారణాంకాలను ప్రధాన కారణాంకాలు అంటారు. ఉదాహరణకు, 56 యొక్క ప్రధాన కారణాంకాలు 2 మరియు 7. ముఖ్యమైన విషయాలు : 1 కంటే పెద్ద ప్రతి సంఖ్యకు ప్రధాన కారణాంక విభజన ఉంటుంది. దీని వెనుక ఉన్న ఆలోచన - సంయుక్త సంఖ్యలను కారణాంకాలుగా విడగొడుతూ చివరికి ప్రధాన సంఖ్యలు మాత్రమే మిగిలే వరకు విభజిస్తూ పోవాలి.

1కు మాత్రం ప్రధాన కారణాంక విభజన ఉండదు, ఎందుకంటే అది ఏ ప్రధాన సంఖ్యతోనూ భాగించబడదు.

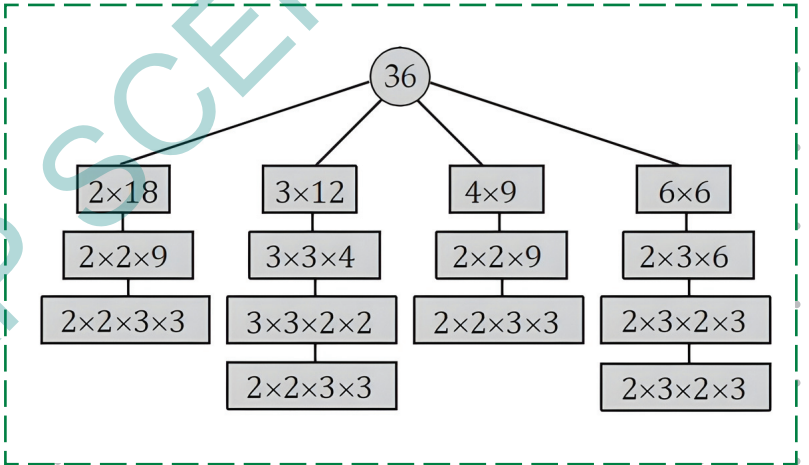
అయితే, 7 వంటి ఒక ప్రధాన సంఖ్యకు ప్రధాన కారణాంక విభజన ఏమిటి? అది కేవలం 7 మాత్రమే - ఎందుకంటే దాన్ని ఇకపై మరింతగా విభజించలేం.

మరిన్ని ఉదాహరణలు:

63 ను భిన్న విధాలుగా విభజిస్తే,

$$63 = 3 \times 3 \times 7$$

లేదా  $63 = 3 \times 7 \times 3$  అని

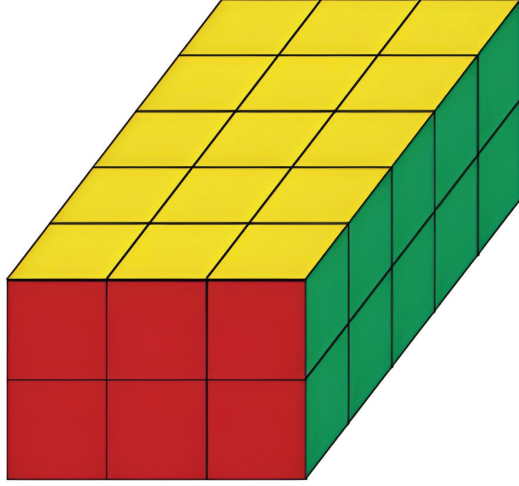


వ్రాయవచ్చు. ఇవి రెండూ వేర్వేరు విభజనలు అయినా, ఇందులో వచ్చే ప్రధాన సంఖ్యలు మాత్రం ఒకే విధంగా 3 మరియు 7. అంతేకాదు, 3 అనేది రెండుసార్లు వస్తుంది, 7 అనేది ఒక్కసారి వస్తుంది.

ఇక్కడ మీరు 36 కు సంబంధించిన నాలుగు వేర్వేరు ప్రధాన కారణాంక విభజనను చూడవచ్చు. అన్ని సందర్భాల్లోనూ, రెండు సార్లు 2లు మరియు రెండు సార్లు 3లు వస్తున్నాయని గమనించండి. నాలుగు సందర్భాల్లోనూ తిరిగి గుణిస్తే, ప్రతి సందర్భంలోనూ ఫలితంగా 36 వస్తుందని మీరు గమనించవచ్చు.

ఏదైనా ఒక సంఖ్యకు సంబంధించి ఒక ముఖ్యమైన విషయమేమిటంటే, ప్రధాన కారణాంక విభజన ఒక్కటే ఉంటుంది, కానీ అందులో వచ్చే ప్రధాన కారణాంకాలు వేర్వేరు క్రమాల్లో ఉండవచ్చు. మనం కింది భాగంలో వివరించినట్లుగా, ఆ క్రమం అనేది ముఖ్యమైనది కాదు. అయితే, ఈ ఉదాహరణల్లో మనం చూసినట్లుగా, ప్రధాన కారణాంక విభజనకు చేసే పద్ధతులు అనేకం ఉండవచ్చు.

## క్రమం ముఖ్యమా ?



ఈ చిత్రాన్ని ఉపయోగించి,

మీరు  $30 = 2 \times 3 \times 5$  అని 2, 3, 5లను ఏ క్రమంలో గుణించినా అదే ఫలితం ఎందుకు వస్తుందో వివరించగలరా?

సంఖ్యలను గుణించేటప్పుడు, మనం వాటిని ఏ క్రమంలో గుణించినా ఫలితం ఒకటే ఉంటుంది. అందువల్లనే, రెండు సార్లు 2 లు మరియు రెండు సార్లు 3 లను ఏ క్రమంలో గుణించినా ఫలితం 36నే వస్తుంది. ఇదే విషయాన్ని మనం తరువాతి తరగతుల్లో గుణకారానికి సంబంధించిన “స్థిత్యంతర ధర్మం” మరియు “సహచర ధర్మం” అనే పేర్లతో చదువుకుంటాం.

అందువల్ల, క్రమం ముఖ్యమైనది కాదు. సాధారణంగా మనం ప్రధాన సంఖ్యలను పెరిగే క్రమంలో (అరోహణ క్రమంలో) వ్రాస్తాం. ఉదాహరణకు,  $225 = 3 \times 3 \times 5 \times 5$  లేదా  $30 = 2 \times 3 \times 5$

## రెండు సంఖ్యల లబ్ధం యొక్క ప్రధాన కారణాంక విభజన

ఏదైనా ఒక సంఖ్యకు ప్రధాన కారణాంక విభజన కనుగొనేటప్పుడు, ముందుగా దాన్ని రెండు కారణాంకాల లబ్ధంగా వ్రాస్తాం. ఉదాహరణకు,  $72 = 12 \times 6$  తర్వాత ఆ కారణాంకాలైన 12 మరియు 6లకు విడివిడిగా ప్రధాన కారణాంక విభజన చేస్తాం. ఇక్కడ,  $12 = 2 \times 2 \times 3$  మరియు  $6 = 2 \times 3$  ఇప్పుడు చెప్పండి, 72 యొక్క ప్రధాన కారణాంక విభజన ఏమౌతుందో మీరు చెప్పగలరా?

అసలు సంఖ్య యొక్క ప్రధాన కారణాంక విభజనను పైన వచ్చిన కారణాంకాలన్నింటిని కలిపి వ్రాయడం ద్వారా పొందుతాం.

అందువల్ల,

$$72 = 2 \times 2 \times 3 \times 2 \times 3$$

దీన్ని మనం  $2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3$  గా కూడా వ్రాయవచ్చు. ఇవన్నీ గుణించి చూస్తే, మళ్ళీ 72నే వస్తుందని మీరు గమనించండి.

72 యొక్క ప్రధాన కారణాంక విభజనలో ప్రతి ప్రధాన కారణాంకం ఎన్నిసార్లు వచ్చిందో గమనించండి.

ఆ విషయాన్ని, 12 మరియు 6 ల ప్రధాన కారణాంక విభజనలను కలిపి చూసినప్పుడు అవి ఎన్ని సార్లు వచ్చాయో పోల్చి చూడండి.



### ఆలోచించండి-చేయండి - 5.4

1. క్రింది సంఖ్యలకు ప్రధాన కారణాంక విభజనలను కనుగొనండి :

64, 104, 105, 243, 320, 141, 1728, 729, 1024, 1331, 1000.

2. ఒక సంఖ్య యొక్క ప్రధాన కారణాంక విభజనలో 2 ఒకసారి, 3 రెండుసార్లు, మరియు 11 ఒకసారి ఉన్నాయి. ఆ సంఖ్య ఏది?

3. లబ్ధం 1955 అయ్యేటట్లు 30 కంటే చిన్నవైన మూడు ప్రధాన సంఖ్యలను కనుగొనండి,

4. ముందుగా గుణించకుండా, ఈ సంఖ్యలకు ప్రధాన కారణాంక విభజనను కనుగొనండి:

ఎ)  $56 \times 25$                       బి)  $108 \times 75$                       సి)  $1000 \times 81$

5. ప్రధాన కారణాంక విభజనలో, ఈ క్రింది విధంగా ఉండే అతి చిన్న సంఖ్య ఏది?

ఎ) మూడు వేర్వేరు ప్రధాన సంఖ్యలు

బి) నాలుగు వేర్వేరు ప్రధాన సంఖ్యలు

సంఖ్యల అధ్యయనంలో ప్రధాన కారణాంక విభజనకు అత్యంత ప్రాధాన్యత ఉంది. ఇది ఏ విధాలుగా ఉపయోగపడుతుందో ఇప్పుడు ఆ రెండు విధాల గురించి చర్చిద్దాం.

**రెండు సంఖ్యలు పరస్పర ప్రధాన సంఖ్యలా కాదా అని తెలుసుకోవడానికి ప్రధాన కారణాంక విభజనను ఉపయోగించడం.**

ముందుగా 56 మరియు 63 అనే సంఖ్యలను తీసుకుందాం. వాటి ప్రధాన కారణాంక విభజన ఇలా ఉంటుంది:

$56 = 2 \times 2 \times 2 \times 7$                        $63 = 3 \times 3 \times 7$

ఇక్కడ 7 అనే సంఖ్య 56 మరియు 63 లకు ఉమ్మడి ప్రధాన కారణాంకంగా ఉంది. కాబట్టి 56 మరియు 63 పరస్పర ప్రధాన సంఖ్యలు కావు. ఇప్పుడు 80 మరియు 63 లను పరిశీలిద్దాం. వాటి ప్రధాన కారణాంక విభజన ఇలా ఉంటుంది.

$80 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 5$ ,                       $63 = 3 \times 3 \times 7$

ఇక్కడ ఈ రెండు సంఖ్యలకు ఏ ఉమ్మడి ప్రధాన కారణాంకం లేదు. అయితే, మనం వీటిని పరస్పర ప్రధాన సంఖ్యలు అని నిర్ధారించవచ్చా? వాటికి ఒక సంయుక్త సంఖ్య ఉమ్మడిగా ఉందనుకొందాం. ఆ ఉమ్మడి సంయుక్త సంఖ్య యొక్క ప్రధాన కారణాంకాలు తప్పకుండా 80 మరియు 63ల ప్రధాన కారణాంక విభజనలో కూడా కనిపిస్తాయి కదా! కానీ ఇక్కడ అలా ఏ ఉమ్మడి ప్రధాన కారణాంకం లేదు.

కాబట్టి, రెండు సంఖ్యలకు ఉమ్మడి (సామాన్య) ప్రధాన కారణాంకాలు లేకపోతే, ఆ రెండు సంఖ్యలను పరస్పర ప్రధాన సంఖ్యలు అని చెప్పవచ్చు. ఇప్పుడు కొన్ని ఉదాహరణలు చూద్దాం.

**ఉదాహరణ :** 40 మరియు 231లను పరిశీలిద్దాం. వాటి ప్రధాన కారణాంక విభజన ఇలా ఉంటుంది:

$$40 = 2 \times 2 \times 2 \times 5, \quad 231 = 3 \times 7 \times 11$$

ఇక్కడ 40ని భాగించే ప్రధాన కారణాంకాలు 2 మరియు 5. 231ని భాగించే ప్రధాన కారణాంకాలు 3, 7 మరియు 11. ఈ రెండింటికీ (40 మరియు 231) ఉమ్మడి ప్రధాన కారణాంకం ఏదీ లేదు. కాబట్టి 40 మరియు 231 పరస్పర ప్రధాన సంఖ్యలు.

**ఉదాహరణ :** 242 మరియు 195లను పరిశీలిద్దాం. వాటి ప్రధాన కారణాంక విభజన ఇలా ఉంటుంది.

$$242 = 2 \times 11 \times 11, \quad 195 = 3 \times 5 \times 13$$

242 యొక్క ప్రధాన కారణాంకాలు 2 మరియు 11.

195 యొక్క ప్రధాన కారణాంకాలు 3, 5 మరియు 13. వీటిన్నింటిలో ఏ ఉమ్మడి ప్రధాన కారణాంకం లేదు. అందువల్ల 242 మరియు 195 పరస్పర ప్రధాన సంఖ్యలు.

## ఒక సంఖ్య మరో సంఖ్యతో భాగించబడుతుందో లేదో సరిచూడటానికి ప్రధాన కారణాంక విభజనను ఉపయోగించడం

ఒక సంఖ్య మరొక సంఖ్యతో భాగించబడితే, రెండో సంఖ్య యొక్క ప్రధాన కారణాంక విభజనం మొత్తం మొదటి సంఖ్య యొక్క ప్రధాన కారణాంక విభజనలో అంతర భాగమై ఉండాలి.

ఉదాహరణగా, 48ను 12తో భాగిస్తే శేషం 0 వస్తుంది కాబట్టి 48 అనేది 12తో భాగించబడుతుంది అని మనం చెబుతాము. అయితే భాగహారం చేయకుండా, ఒక సంఖ్య మరొక సంఖ్యతో భాగించబడుతుందా లేదా అని ఎలా సరిచూడగలం? దీనికి ప్రధాన కారణాంక విభజననే ఉపయోగిస్తాం.

**ఉదాహరణ :** 168 సంఖ్య 12తో భాగించబడుతుందా? రెండింటికీ ప్రధాన కారణాంక విభజనను కనుగొనండి.

$$168 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 7, \quad 12 = 2 \times 2 \times 3$$

మనం సంఖ్యలను ఏ క్రమంలోనైనా గుణించవచ్చు. కాబట్టి ఇప్పుడు ఇది స్పష్టంగా అర్థమౌతుంది.

$$168 = 2 \times 2 \times 3 \times 2 \times 7 = 12 \times 14.$$

కాబట్టి, 168 సంఖ్య 12తో భాగించబడుతుంది.

**ఉదాహరణ :** 75 అనేది 21తో భాగించబడుతుందా? రెండింటికీ ప్రధాన కారణాంక విభజనను కనుగొనండి.

$$75 = 3 \times 5 \times 5 \quad 21 = 3 \times 7$$

పైన చర్చించినట్లుగా, 75 అనేది 21 యొక్క గుణిజం అయితే, 21 యొక్క అన్ని ప్రధాన కారణాంకాలు 75 లో కూడా ఉండాలి. 7 అనేది 21 యొక్క ప్రధాన కారణాంకం కానీ, 75 కి ప్రధాన కారణాంకం కాదు. కాబట్టి 75 అనేది 21 తో భాగించబడదు.

**ఉదాహరణ:** 42 అనేది 12 తో భాగించబడుతుందా? రెండింటికీ ప్రధాన కారణాంక విభజనను కనుగొనండి.

$$42 = 2 \times 3 \times 7, \quad 12 = 2 \times 2 \times 3$$

12 యొక్క అన్ని ప్రధాన కారణాంకాలు 42 లో కూడా ఉన్నాయి. కానీ 12 యొక్క ప్రధాన కారణాంక విభజన మొత్తం 42 యొక్క ప్రధాన కారణాంక విభజనలో అంతరభాగం కాలేదు. ఎందుకంటే 12 యొక్క ప్రధాన కారణాంక విభజనలో 2 అనేది రెండు సార్లు ఉంటుంది కానీ 42 యొక్క ప్రధాన కారణాంక విభజనలో 2 అనేది ఒక్కసారి మాత్రమే ఉంటుంది. అందువల్ల 42 అనేది 12 తో భాగించబడదు.

కాబట్టి, ఒక సంఖ్య మరొక సంఖ్యతో భాగించబడాలంటే, రెండవ సంఖ్య యొక్క ప్రధాన కారణాంక విభజన మొత్తం మొదటి సంఖ్య యొక్క ప్రధాన కారణాంక విభజనలో అంతర భాగమై ఉండాలి.



### ఆలోచించండి - వేయండి - 5.5

- క్రింది జత సంఖ్యలు పరస్పర ప్రధాన సంఖ్యలేనా? ముందుగా అంచనా వేయండి (ఊహించండి), తరువాత ప్రధాన కారణాంక విభజనను ఉపయోగించి మీ జవాబును సరి చూడండి.  
ఎ. 30 మరియు 45    బి. 57 మరియు 85    సి. 121 మరియు 1331    డి. 343 మరియు 216
- క్రింది వాటిలో మొదటి సంఖ్య రెండవ సంఖ్యతో భాగించబడుతుందా? ప్రధాన కారణాంక విభజనను ఉపయోగించండి.  
ఎ. 225 మరియు 27    బి. 96 మరియు 24    సి. 343 మరియు 17    డి. 999 మరియు 99
- మొదటి సంఖ్య యొక్క ప్రధాన కారణాంక విభజన =  $2 \times 3 \times 7$  రెండవ సంఖ్య యొక్క ప్రధాన కారణాంక విభజన =  $3 \times 7 \times 11$  అవి పరస్పర ప్రధాన సంఖ్యలా? వీటిలో ఒక సంఖ్య రెండో దాన్ని భాగిస్తుందా?
- రిషి ఇలా అన్నాడు: ఏ రెండు ప్రధాన సంఖ్యలైనా పరస్పర ప్రధాన సంఖ్యలే. అతను చెప్పింది సరైనదేనా?

## 5.5 భజనీయతా నియమాలు

ఇప్పటివరకు మనం సంఖ్యల కారణాంకాలు వివిధ సందర్భాలలో కనుగొంటూ వచ్చాము. ఉదాహరణకు, ఒక సంఖ్య ప్రధాన సంఖ్యా! కాదా! అని నిర్ధారించడం, లేదా ఇచ్చిన రెండు సంఖ్యల జంట పరస్పర ప్రధాన సంఖ్యలా! కాదా అని నిర్ధారించడానికి కారణాంకాలను ఉపయోగించాము.

చిన్న సంఖ్యలకు కారణాంకాలను కనుగొనడం సులభమే. అయితే పెద్ద సంఖ్య యొక్క కారణాంకాలను ఎలా కనుగొంటాం?

8560 అనే సంఖ్యను తీసుకుందాం. దీనికి 2 నుండి 10 వరకు (2, 3, 4, 5, ..., 9, 10) ఏవైనా కారణాంకాలు ఉన్నాయా?

పెద్ద భాగహారాలు చేయకుండానే, ఈ సంఖ్యల్లో కొన్ని కారణాంకాలా కాదా అని సరి చూడటం సులభమే. మీరు వాటిని కనుగొనగలరా?

## 10 యొక్క భాజనీయత నియమం

10 అనే సంఖ్యను తీసుకుందాం. 8560 అనేది 10 తో భాగింపబడుతుందా? అంటే మరో విధంగా చెప్పాలంటే, 10 అనేది 8560 యొక్క ఒక కారణాంకమా అని అడగడానికి ఇది మరొక మార్గం.

దీనిని తెలుసుకోవడానికి, 10 యొక్క గుణిజముల్లో ఉన్న నమూనాను పరిశీలించవచ్చు. 10 యొక్క మొదటి కొన్ని గుణిజాలు ఇలా ఉన్నాయి: 10, 20, 30, 40, ... ఈ శ్రేణిని కొనసాగిస్తూ నమూనా లేదా క్రమాన్ని గమనించండి.

125 అనేది 10 యొక్క గుణిజమా? ఈ సంఖ్య పై శ్రేణిలో వస్తుందా? ఎందుకు వస్తుంది? లేదా ఎందుకు రాదు? ఇప్పుడు 8560 అనేది 10 తో భాగింపబడుతుందో లేదో అని మీరు చెప్పగలరా?

❖ ఈ వాక్యాన్ని గమనించండి:

10 తో భాగింపబడే అన్ని సంఖ్యల చివరి అంకె '0' గా ఉంటుంది. మీరు దీనితో ఏకీభవిస్తారా?



## 5 యొక్క భాజనీయత నియమం

5 అనేది మరొక సంఖ్య, దీని భాజనీయతను మనం సులభంగా సరిచూడవచ్చు. అది మనం ఎలా చేస్తాం?

5 యొక్క గుణిజములను రాయడం ద్వారా పరిశీలించండి: 5, 10, 15, 20, 25, ... ఈ సంఖ్యలన్నింటిలో మీరు ఏమి గమనిస్తున్నారు? వీటి చివరి అంకెలలో ఏదైనా ఒక ప్రత్యేకమైన క్రమం కనిపిస్తుందా?

399 కంటే తక్కువగా ఉండే, 5 తో భాజనీయమైన అతి పెద్ద సంఖ్య ఏది? 8560 సంఖ్య 5 తో భాజనీయమా?

❖ ఈ వాక్యాన్ని గమనించండి:

5 తో భాగింపబడు సంఖ్యల చివరి అంకె '0' లేదా '5' గా ఉంటుంది. మీరు దీనితో ఏకీభవిస్తారా?



## 2 యొక్క భాజనీయత నియమం

2 యొక్క మొదటి కొన్ని గుణిజములు ఇవి: 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20, ... మీరు ఏమి గమనించారు? చివరి అంకెలలో ఏదైనా ఒక ప్రత్యేకమైన క్రమం కనిపిస్తుందా?

682 సంఖ్య 2 తో భాజనీయమా? భాగహారం చేయకుండానే దీనికి సమాధానం చెప్పగలమా?

8560 సంఖ్య 2 తో భాజనీయమా? ఎందుకు భాజనీయమో! లేదా ఎందుకు భాజనీయము కాదో చెప్పండి?

❖ ఈ వాక్యాన్ని గమనించండి:

2 తో భాజనీయమైన సంఖ్యల చివరి అంకె '0', '2', '4', '6' లేదా '8' గా ఉంటుంది.

మీరు దీనితో ఏకీభవిస్తారా?

399 మరియు 411 మధ్య ఉన్న 2 యొక్క అన్ని గుణిజములు ఏవి?



#### 4 యొక్క భాజనీయత నియమం

ఒక సంఖ్య 4 తో భాజనీయమా లేదా అనే విషయాన్ని కూడా సులభంగా పరీక్షించవచ్చు!

ముందుగా 4 యొక్క గుణిజములను పరిశీలిద్దాం: 4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, ... వీటిని గమనిస్తే, ఉపయోగపడే ఏదైనా ప్రత్యేకమైన క్రమం మీకు కనిపిస్తుందా?

10, 5 మరియు 2 యొక్క గుణిజముల్లో చివరి అంకెల ఆధారంగా భాజనీయతను పరీక్షించగలిగాము.

అలాగే, 4 తో భాజనీయతను కూడా చివరి అంకెను మాత్రమే చూసి తెలుసుకోవచ్చా?

అలా చేయడం సాధ్యం కాదు. ఉదాహరణకు 12 మరియు 22 సంఖ్యలను చూడండి. వీటి చివరి అంకె ఒకటే

అయినప్పటికీ, 12 అనేది 4 యొక్క గుణిజము కానీ 22 కాదు. అలాగే 14 మరియు 24లలో చివరి అంకె

ఒకటే ఉన్న 14 అనేది 4 యొక్క గుణిజము కాదు కానీ 24 అనేది గుణిజము అవుతుంది. అలాగే 16 మరియు

26 లేదా 18 మరియు 28లను కూడా పరిశీలించవచ్చు. దీని అర్థం ఏమిటంటే, కేవలం చివరి అంకెను చూసి

ఒక సంఖ్య 4 తో భాజనీయమో కాదో నిర్ణయించలేము.

అయితే మరిన్ని అంకెలను చూడటం ద్వారా ఈ ప్రశ్నకు సమాధానం చెప్పగలమా? 1 నుండి 200 మధ్యలో

ఉన్న 4 యొక్క అన్ని గుణిజముల జాబితాను తయారు చేసి, అందులో నమూనాను లేదా క్రమాన్ని పరిశీలించండి.

❖ 330 మరియు 340 మధ్యలో 4 తో భాజనీయమయ్యే సంఖ్యలను కనుగొనండి. అలాగే 1730 మరియు

1740 మధ్యలో, 2030 మరియు 2040 మధ్యలో 4 తో భాజనీయమయ్యే సంఖ్యలను కూడా కనుగొనండి.

మీరు ఏమి గమనించారు?

❖ 8536 అనేది 4 తో భాజనీయమా?

❖ ఈ క్రింది వాక్యాలను గమనించండి:

1. ఒక సంఖ్య 4 తో భాజనీయమా! కాదా! నిర్ణయించడానికి చివరి రెండు అంకెలు మాత్రమే ముఖ్యం.

2. చివరి రెండు అంకెలతో ఏర్పడిన సంఖ్య 4 తో భాజనీయమైతే, అసలు సంఖ్య కూడా 4 తో

భాజనీయమవుతుంది.

3. అసలు సంఖ్య 4 తో భాజనీయమైతే, చివరి రెండు అంకెలతో ఏర్పడిన సంఖ్య కూడా 4 తో

భాజనీయమవుతుంది.

మీరు వీటితో ఏకీభవిస్తారా? ఎందుకు కాదు?

## 8 యొక్క భాజనీయత నియమం

అసక్తికరంగా, 8 యొక్క భాజనీయతను పరీక్షించడం కూడా సులభంగా చేయవచ్చు. దీనికి చివరి రెండు అంకెలను ఉపయోగించవచ్చా?

❖ 120 మరియు 140 మధ్యలో 8 తో భాగింపబడే సంఖ్యలను కనుగొనండి. అలాగే 1120 మరియు 1140 మధ్యలో, 3120 మరియు 3140 మధ్యలో 8 తో భాగింపబడే సంఖ్యలను కూడా కనుగొనండి. మీరు ఏమి గమనించారు?

❖ 8560 యొక్క చివరి రెండు అంకెలను మార్చి, తద్వారా వచ్చే కొత్త సంఖ్య 8 యొక్క గుణిజము అయ్యేలా చేయండి.

❖ ఈ క్రింది వాక్యాలను గమనించండి:

1. ఒక సంఖ్య 8 తో భాగింపబడుతుంది లేదా నిర్ణయించడానికి చివరి మూడు అంకెలు మాత్రమే ముఖ్యం.
2. చివరి మూడు అంకెలతో ఏర్పడిన సంఖ్య 8 తో భాగింపబడితే, అసలు సంఖ్య కూడా 8 తో భాగింపబడుతుంది.
3. అసలు సంఖ్య 8 తో భాగింపబడితే, చివరి మూడు అంకెలతో ఏర్పడిన సంఖ్య కూడా 8 తో భాగింపబడుతుంది.

మీరు వీటితో ఏకీభవిస్తారా? ఎందుకు? లేదా ఎందుకు కాదు?

ఒక సంఖ్య మరొక సంఖ్యతో భాగించబడుతుంది లేదా అనే విషయాన్ని తెలుసుకోవడానికి ప్రతి సందర్భంలోనూ పెద్ద భాగహారం అవసరం లేదు అనే విషయం మనం చూశాం. 10, 5, 2, 4, 8 సంఖ్యల కోసం మనం కొన్ని గమనికల ఆధారంగా సులభమైన పద్ధతులను ఉపయోగించాము. ఇలాగే మిగతా సంఖ్యలకు కూడా ఇలాంటి సులభమైన పద్ధతులు ఉన్నాయా? 3, 6, 7 మరియు 9 తో భాజనీయతను పరీక్షించే సులభమైన పద్ధతులను పై తరగతుల్లో తెలుసుకుందాం.



### ఆలోచించండి-చేయండి - 5.6

1. 2024 సంవత్సరం లీపు ఇయర్ (ఎందుకంటే ఫిబ్రవరి నెలలో 29 రోజులు ఉన్నాయి). 4 యొక్క గుణిజములైన సంవత్సరాలు లీపు సంవత్సరాలు అవుతాయి. అయితే 100 తో పూర్తిగా భాగించబడి 400 తో భాగించబడని లీపు సంవత్సరాలు కావు.

ఎ. మీరు పుట్టిన సంవత్సరం నుండి ఇప్పటి వరకు ఏవి సంవత్సరాలు లీపు సంవత్సరాలు అవుతాయి?

బి. 2024 సంవత్సరం నుండి 2099 సంవత్సరం వరకు ఎన్ని లీపు సంవత్సరాలు ఉన్నాయి?

2. 4 తో భాగింపబడే, అలాగే పాలిండ్రోమ్ అయ్యే 4 అంకెల అతి పెద్ద మరియు అతి చిన్న సంఖ్యలను కనుగొనండి.

3. క్రింది ప్రతి వాక్యం ఎల్లప్పుడూ నిజమా, కొన్నిసార్లు నిజమా, ఎప్పుటికీ నిజం కాదా అనేది పరిశీలించి కనుగొనండి. మీ వాదనకు మద్దతుగా చూపడానికి ఉదాహరణలు ఇవ్వవచ్చు.

- ఎ. రెండు సరి సంఖ్యల మొత్తం 4 యొక్క గుణిజమవుతుంది.  
 బి. రెండు బేసి సంఖ్యల మొత్తం 4 యొక్క గుణిజమవుతుంది.
4. క్రింది ప్రతి సంఖ్యను (ఎ) 10 తో, (బి) 5 తో, (సి) 2 తో భాగించినప్పుడు వచ్చే శేషాలను కనుగొనండి:  
 78, 99, 173, 572, 980, 1111, 2345.
5. 14560 సంఖ్య 2, 4, 5, 8 మరియు 10 ఈ అన్ని సంఖ్యలతో భాగింపబడుతుందా అని ఉపాధ్యాయుడు అడిగారు. గుణ మాత్రం వీటిలో కేవలం రెండు సంఖ్యలతో మాత్రమే భాజనీయతను పరీక్షించి, అది అన్ని సంఖ్యలతో కూడా భాగింపబడుతుందని ప్రకటించాడు. ఆ రెండు సంఖ్యలు ఏమై ఉంటాయి?
6. క్రింది సంఖ్యలలో ఏవి 2, 4, 5, 8 మరియు 10 లన్నింటితో కూడా భాగింపబడతాయి.  
 572, 2352, 5600, 6000, 77622160
7. లబ్ధం 10000 వచ్చేలా రెండు సంఖ్యలను రాయండి. ఆ రెండు సంఖ్యల యొక్క ఒక్కొక్క స్థానంలో '0' ఉండకూడదు.

## 5.6 సంఖ్యలతో సరదా

### ప్రత్యేక సంఖ్యలు

ఈ పెట్టెలో నాలుగు సంఖ్యలు ఉన్నాయి. ఈ సంఖ్యల్లో ఏ సంఖ్య మీకు ప్రత్యేకంగా కనిపిస్తోంది? అలా ఎందుకు అనుకుంటున్నారు?

9	16
25	43

రిషి తరగతి స్నేహితులు ఏమంటున్నారో చూడండి:

- 9 అనేది ఒక అంకె సంఖ్య. మిగతా అన్ని సంఖ్యలు రెండు అంకెల సంఖ్యలు. కాబట్టి 9 ప్రత్యేకం అని జానకి అన్నది.
- 3 యొక్క గుణిజముగా ఉన్న ఏకైక సంఖ్య 9 మాత్రమే. అందుకే 9 ప్రత్యేకం అని చరీష్ అన్నాడు.
- 16 అనేది ఏకైక సరి సంఖ్య. అంతేకాక 4 యొక్క గుణిజముగా ఉన్న ఏకైక సంఖ్య కూడా అదే. కాబట్టి 16 ప్రత్యేకం అని మురుగన్ అన్నాడు.
- 5 యొక్క గుణిజముగా ఉన్న ఏకైక సంఖ్య 25 మాత్రమే. కాబట్టి 25 ప్రత్యేకం అని గోపిక అన్నది.
- 43 అనేది ఏకైక ప్రధాన సంఖ్య. అందుకే అది ప్రత్యేకం అని యమున అన్నది.
- 43 అనేది వర్గ సంఖ్య కానటువంటి ఏకైక సంఖ్య. అందుకే అది ప్రత్యేకం అని రాధ అన్నది.

క్రింద కొన్ని పెట్టెల్లో ఒక్కో పెట్టెలో నాలుగు సంఖ్యలు ఉన్నాయి. ప్రతి పెట్టెలో ఉన్న ప్రతి సంఖ్య మిగతావాటితో పోలిస్తే ఎలా ప్రత్యేకమో చెప్పడానికి ప్రయత్నించండి. మీ ఆలోచనలను మీ తరగతి స్నేహితులతో పంచుకోండి. మీరు చెప్పిన కారణాలే ఇంకెవరికైనా వచ్చాయా అని తెలుసుకోండి. మీకు ఆలోచనకు రాని వేరే కారణాలను ఎవరైనా చెప్పారా?



5	7
12	35

3	8
11	24

27	3
123	31

17	27
44	65

### ప్రధాన సంఖ్యల పజిల్

ఎడమవైపు ఉన్న బొమ్మలో పజిల్ ఉంది. కుడివైపు ఉన్న బొమ్మలో ఆ పజిల్కు పరిష్కారం చూపించారు. ఈ పజిల్ను పరిష్కరించడానికి ఎలాంటి నియమాలు ఉండవచ్చు అని ఆలోచించండి.



			75
			42
			102
170	30	63	

5	5	3	75
2	3	7	42
17	2	3	102
170	30	63	

### నియమాలు

- గ్రిడ్లోని ఖాళీలను కేవలం ప్రధాన సంఖ్యలతో మాత్రమే పూరించాలి.
- ప్రతి వరుసలోని సంఖ్యల లబ్ధం, ఆ వరుసకు కుడివైపు ఇచ్చిన సంఖ్యకు సమానం కావాలి.
- అలాగే, ప్రతి నిలువు వరుసలోని సంఖ్యల లబ్ధం, ఆ నిలువు వరుస కింద ఇచ్చిన సంఖ్యకు సమానం కావాలి.

			105
			20
			30
28	125	18	

			8
			105
			70
30	70	28	

			63
			27
			190
45	42	171	

			343
			66
			44
28	154	231	

**పజిల్ ద్వారా లభించిన అవగాహనలు :**

- అడ్డు వరుసలు మరియు నిలువు వరుసలలో ఇచ్చిన లబ్ధాలను ఏర్పరచడానికి ప్రధాన సంఖ్యలను ఉపయోగించారు.
- కేవలం ప్రధాన సంఖ్యలనే ఉపయోగిస్తూ, తార్కిక ఆలోచన మరియు కారణాంక విభజన ద్వారా ఫలితాలను అన్వయించవచ్చు.
- ప్రధాన సంఖ్యల యొక్క విభిన్న కలయికలు ఒకే రకమైన గుణకార ఫలితాలు ఇవ్వగలవు.
- రెండు లేదా అంతకంటే ఎక్కువ ప్రధాన సంఖ్యల లబ్ధం ఎల్లప్పుడూ సంయుక్త సంఖ్య అవుతుంది.

**సంగ్రహంగా!**

**బహుళైక్య ప్రశ్నలు**

- క్రింది జతలలో ఏది పరస్పర ప్రధాన సంఖ్య జత కాదు? [ ]  
 ఎ) 11, 14                      బి) 15, 28                      సి) 8, 9                      డి) 6, 10
- 4, 8 మరియు 12లకు ఉమ్మడి కారణాంకం ఏమిటి? [ ]  
 ఎ) 1, 2 మరియు 6              బి) 1, 2 మరియు 4              సి) 2, 4 మరియు 8              డి) 4, 8 మరియు 12

**సత్యం / అసత్యం**

- రెండు ప్రధాన సంఖ్యల మొత్తం ఎల్లప్పుడూ సరి సంఖ్యే అవుతుంది. (సత్యం / అసత్యం)

**అవును / కాదు**

- భాజనీయత నియమాలను ఉపయోగించి, క్రింది సంఖ్యలు 2, 4, 5, 8, 10 లతో భాగించబడతాయో లేదో నిర్ణయించండి (అవును లేదా కాదు అని చెప్పండి).

సంఖ్య	2	4	5	8	10
128	అవును	అవును	కాదు	అవును	కాదు
990	.....	.....	.....	.....	.....
8536	.....	.....	.....	.....	.....
275	.....	.....	.....	.....	.....
8416	.....	.....	.....	.....	.....
639210	.....	.....	.....	.....	.....
429714	.....	.....	.....	.....	.....
2856	.....	.....	.....	.....	.....
3060	.....	.....	.....	.....	.....
406839	.....	.....	.....	.....	.....

### ఖాళీలను పూరించండి

5. 6 మరియు 8ల యొక్క మొదటి మూడు ఉమ్మడి గుణిజాలు \_\_\_\_\_
6. ఒక సంఖ్య 8తో భాగించవలెనన్న ఆ సంఖ్య చివరి \_\_\_\_\_ అంకెలతో ఏర్పడిన సంఖ్య 8తో భాగించబడాలి.

### జతపరచండి

7. కాలమ్-1 లోని అంశాలను కాలమ్-2 లోని అంశాలతో సరైన జతగా కలపండి.

#### కాలమ్ 1

#### కాలమ్ 2

- |          |                        |
|----------|------------------------|
| (i) 35   | (ఎ) 8 యొక్క గుణిజం     |
| (ii) 15  | (బి) 7 యొక్క గుణిజం    |
| (iii) 16 | (సి) 30 యొక్క కారణాంకం |
| (iii) 20 | (డి) 50 యొక్క కారణాంకం |
| (v) 25   | (ఇ) 20 యొక్క కారణాంకం  |

### వాదన - కారణం రకం

8. వాదన (A): 16420 సంఖ్య 8 మరియు 10లతో భాగించబడుతుంది.  
కారణం (R): ఒక సంఖ్య చివరి మూడు అంకెలతో ఏర్పడిన సంఖ్య 8తో భాగించబడితే అది 8తో భాగించబడుతుంది, మరియు చివరి అంకె '0'తో అయితే 10 తో భాగించబడుతుంది.
- (ఎ) (A) మరియు (R) రెండూ సత్యం మరియు (R), A కి సరైన వివరణ  
(బి) (A) మరియు (R) రెండూ సత్యం కానీ (R), A కి సరైన వివరణ కాదు  
(సి) (A) సత్యం కానీ (R) అసత్యం  
(డి) (A) అసత్యం కానీ (R) సత్యం

### వాక్యాల రకం ప్రశ్నలు

9. వాక్యాలు
- (i) : 21 మరియు 22 పరస్పర ప్రధాన సంఖ్యలు.  
(ii) : రెండు సంఖ్యలు ప్రధాన సంఖ్యలైతేనే అవి పరస్పర-ప్రధాన సంఖ్యలు అవుతాయి.
- ఎ: (i) మాత్రమే సరైనది                      బి: (ii) మాత్రమే సరైనది  
సి: రెండూ సరైనవి                          డి: రెండూ సరైనవి కావు

### లఘు సమాధాన ప్రశ్నలు

10. క్రింది సంఖ్యలను రెండు బేసి ప్రధాన సంఖ్యల మొత్తంగా వ్యక్తపరచండి.  
(ఎ) 44                      (బి) 36                      (సి) 24                      (డి) 18
11. 20 కంటే తక్కువైన ప్రధాన సంఖ్యలలో, వాటి మొత్తం 5తో భాగించబడే విధంగా ఓరు జతల ప్రధాన సంఖ్యలను రాయండి. (సూచన:  $3 + 7 = 10$ )
12. అతి చిన్న 5 అంకెల సంఖ్యను రాసి, దాన్ని ప్రధాన కారణంకాల లబ్ధి రూపంలో వ్యక్తపరచండి.
13. ప్రధాన సంఖ్యను నిర్వచించండి.
14. 5 యొక్క భాజనీయతా నియమాన్ని నిర్వచించండి.

## సారాంశం

- ఒక సంఖ్య మరొక సంఖ్యతో పూర్తిగా భాగించబడితే, ఆ రెండవ సంఖ్యను మొదటి సంఖ్యకు కారణాంకం అంటారు. ఉదాహరణకు, 12 ని 4తో భాగించవచ్చు కాబట్టి 4 అనేది 12 యొక్క కారణాంకం ( $12 \div 4 = 3$ ).
- ప్రధాన సంఖ్యలు అంటే 2, 3, 5, 7, 11 ... వంటి సంఖ్యలు. వీటికి కేవలం రెండు కారణాంకాలే ఉంటాయి అవి 1 మరియు ఆ సంఖ్య మాత్రమే.
- సంయుక్త సంఖ్యలు అంటే 4, 6, 8, 9 ... వంటి సంఖ్యలు. వీటికి 1 మరియు ఆ సంఖ్యతో పాటు కనీసం ఇంకొక కారణాంకం ఉంటుంది. ఉదాహరణకు, 8కి 4 అనే కారణాంకం ఉంది, 9కి 3 అనే కారణాంకం ఉంది. కాబట్టి 8 మరియు 9 సంయుక్త సంఖ్యలు.
- 1 కంటే పెద్ద ప్రతి సంఖ్యను ప్రధాన సంఖ్యల గుణితఫలంగా వ్రాయవచ్చు. దీనినే ఆ సంఖ్య యొక్క ప్రధాన కారణాంక విభజన అంటారు. ఉదాహరణకు,  $84 = 2 \times 2 \times 3 \times 7$ .
- ఒక సంఖ్యను ప్రధాన కారణాంకాలుగా విడగొట్టడానికి ఒకే ఒక సరైన విధానం మాత్రమే ఉంటుంది (కారణాంకాల క్రమం మారవచ్చు కానీ కారణాంకాలు మారవు).
- రెండు సంఖ్యలకు 1 తప్ప ఇంకే సాధారణ కారణాంకం లేకపోతే, ఆ రెండు సంఖ్యలను సహ-ప్రధాన సంఖ్యలు అంటారు.
- రెండు సంఖ్యలు పరస్పర ప్రధాన సంఖ్యలేమో తెలుసుకోవాలంటే, ముందు వాటి ప్రధాన కారణాంక విభజనలను కనుగొని, అందులో ఉమ్మడి కారణాంకం ఉందో లేదో పరిశీలించాలి. ఉమ్మడి కారణాంకం లేకపోతే అవి పరస్పర -ప్రధాన సంఖ్యలు; ఉంటే అవి పరస్పర - ప్రధాన సంఖ్యలు కావు.
- ఒక సంఖ్య యొక్క ప్రధాన కారణాంకాలన్నీ మరో సంఖ్య యొక్క ప్రధాన కారణాంకాలలో భాగంగా ఉంటే, ఆ మొదటి సంఖ్య రెండవ సంఖ్యకు కారణాంకం అవుతుంది.